

Zadání úloh 1. série 42. ročníku

Termín odeslání: 19. října 2026

Toto je zadání první série 42. ročníku Pikomatu. Číslo 42 je z nějakého neznámého důvodu velmi významné pro jisté primitivní, z opic vzešlé, formy života na planetě u jednoho malého bezvýznamného žlutého slunce kdesi daleko v nezmapovaných a zapomenutých končinách onoho západního cípu spirálního ramene naší Galaxie. Tento ročník je poctou jedné obzvláště a mimořádně zábavné primitivní z opic vzešlé formě života jménem Douglas Adams.

Onoho čtvrttečního rána se Arthur Dent probudil značně nervózní. Nevěděl, proč je nervózní, ale věděl, že včera večer to určitě věděl. Něco ho strašně rozcílilo, ale teď už nevěděl, co to bylo. Bez šálku čaje byl jeho mozek zaražený stejně jako ten žlutý buldozer, který byl vidět skrz okno ozdobené květináčem s petúniemi, jak stojí na jeho zahradě za pečlivě udržovaným trojúhelníkovým anglickým trávníčkem. Slovo buldozer bloudilo Arthurovou myslí a hledalo, s čím by se mohlo spojit.

Úloha č. 1: *Arthurovi se zdál v noci velmi podivný demoliční sen: Ve městě Dentaurov, které bylo určeno ke zbourání, stojí ve velkém kruhu 2026 domů, mezi domy jsou mezery a v jedné z nich stojí žlutý buldozer, v jiné mezeře stojí modrý buldozer. Hrají tuto hru: v každém tahu jeden buldozer zbourá jeden dům buď po levici, nebo po pravici, buldozer se pohybuje jen po původním kruhu domů, nemůže přeskakovat. Pak hraje druhý buldozer, který si také vybere dům po levici, nebo po pravici. A takto se střídají v tazích. Prohrává ten, který zbouráním domu způsobí, že buldozery přestanou být domy odděleny a budou mít k sobě přístup. Začíná modrý buldozer. Který buldozer má vyhrávající strategii? V prvním příkladu první série upozorňujeme na pravidla Pikomatu, zejména novou pasáž týkající se používání nástrojů umělé inteligence. Také připomínáme, že nedílnou součástí řešení je vysvětlení postupu, napsat samotný výsledek tedy pro získání plného počtu bodů rozhodně nestačí. Tohle platí i pro další úlohy a série.*

Arthur šel do koupelny, aby si vyčistil zuby. Vzal do ruky žlutý kartáček a nanesl střídme množství pasty. A usmál se: kartáček má stejnou barvu, jakou byl vyznačen jeho dům na mapě, kterou viděl včera. Kde to včera byl? Jo, na nějakém stavebním úřadě? Ano, přesněji na stavebním úřadě oddělení dálnic pododdělení obchvatů. Bavili se o dálnicích. A obchvatech. Dálnice a obchvaty jsou důležité,

říkala slečna úřednice, když hledala v krabicích kudy ta dálnice povede.

Úloha č. 2: *Krabičky na stavebním úřadě v oddělení dálnic pododdělení obchvatů byly v dlouhém regálu v horní řadě. Sice byly očíslované velkými červenými čísly 1 až 16, ale samozřejmě nebyly uspořádané. Arthur si však nemohl nevšimnout, že součet čísel na každé dvojici sousedních krabic byl čtverec. Tedy druhá mocnina celého čísla. Např. $3 + 1 = 4$ je čtverec, protože $2 \cdot 2 = 4$, ale $7 + 8 = 15$ není čtverec. Celá řada krabic začínala krabicí s nižším číslem, než končila. Je možné krabice přeházet tak, aby výše uvedené podmínky byly zachovány? Pokud ano, kolik takových proházení (permutací) krabic je možných?*

Arthur zapnul konvici s vodou a hledal v poličce čaj. Poté se vrátil k oknu a sledoval dělníky na své zahradě. Kudy ta dálnice povede? To přece také včera probírali. Chudáci lidé, kterým z ničeho nic povede dálnice hned za jejich zahradou. A co teprve ti nebožáci, kteří budou muset své domovy opustit. Arthurovi jich bylo líto.

Úloha č. 3: *Všichni dělníci měli bezpečnostní přilby. Některé přilby byly modré a ostatní žluté. Kdyby Arthur nebyl zaneprázdněn vzpomínáním, co se stalo včera večer, nepochybně by si všiml, že v průměru měl každý dělník 9,6 kolegů s modrou přilbou. Kolik bylo na Arthurově zahradě dělníků? Pokud má úloha více řešení, určete všechny možnosti.*

Žluté přilby... Arthurovi bylo těch lidí se žlutě vyznačeným pozemkem na mapě stavebního úřadu oddělení dálnic pododdělení obchvatů opravdu líto. Přijít o dům kvůli dálnici. Podíval se na kartáček: hm, žlutý. Slovo žlutý pomalu bloudilo jeho myslí a hledalo, s čím by se mohlo spojit. Začínal mít pocit, že je něčemu velkému na stopě, ale pořád to nějak nezapadalo. Měl však stále silnější pocit, že někoho z těch nebohých lidí musí znát. Že to musí být někdo nějak blízký. Což bylo zvláštní, protože měl prakticky jediného přítele Forda Prefecta a ten žádný dům nevlastnil.

Úloha č. 4: *Arthurov přítel Ford Prefect byl podivín se zálibou v astrofyzice, matematice a zvláště pak v geometrii. Jednou zkoušel sestavit jehlan se čtvercovou podstavou, jehož ostatní stěny byly všechny pravoúhlými trojúhelníky. Arthurovi se to hned zdálo nemožné! Co myslíte vy? Pokud si myslíte, že to Ford zvládl, uveďte konkrétní konstrukci. Pokud ne, dokažte.*

Přesně v 8:00 za oknem nastartoval žlutý buldozer. V tom samém okamžiku nastartoval Arthurovi i mozek. Bloudící slovo buldozer nabouralo do bloudícího slova žlutý a vzniklá anihilace ozářila Arthurov mozek světlem poznání.

O patnáct sekund později ležel Arthur Dent v županu natažený v blátě své zahrady před žlutým buldozerem, aby takto svým vlastním tělem a svým vlastním žlutým kartáčkem bránil svůj poněkud žlutě vyznačený domov s anglickým trávničkem a usychajícími petúniemi před výstavbou moderní čtyřproudové dálnice.

Úloha č. 5: *Jak jsme zmínili, na Arthurově zahradě byl záhonek pravého anglického trávniku ve tvaru rovnostranného trojúhelníku o straně 10 metrů. Rozjezdit buldozery takový krásný kus zahrady bylo moc i na demoliční četu. Naštěstí měli dělníci k dispozici čtyři krycí desky ve tvaru rovnostranného trojúhelníku také o straně 10 metrů. Jenže nákladák, který je přivezl, je prostě rozházel po zahradě halabala, jak ho napadlo. Posunout desku nebyl problém a natočit ji, je možné jen s jeřábem. Desky bylo možné přesunout i přes sebe, jen otáčení byl problém.*

Lze pro libovolné počáteční natočení těch čtyř rovnostranně trojúhelníkových desek pokrýt celý Arthurovův trojúhelníkový anglický trávník jen posouváním (bez otáčení)?

Pokud tvrdíte, že se to dělníkům může povést vždy, tak své tvrzení dokažte. Pokud tvrdíte, že existuje rozmístění, kdy se jim to bez jeřábu a otáčení povést nemůže, tak toto také dokažte.

„Pane Dente, víte, jakou budu mít škodu na tomto bagru? Budu pokračovat v ráci a prostě Vás přejedu?“ křičel řidič buldozeru ve žluté přilbě.

„No, to nevím...“ řekl nejistě Arthur.

„Žádnou!“ řekl vztekle a odešel si zatelefonovat.

Nastalo ticho.

„Arthure, nutně s tebou potřebuji mluvit,“ přerušil napětí Ford Prefect. Zjevně tu stál už nějakou dobu a pozoroval co se děje, ale nikdo, ani Arthur, si ho doteď nevšiml.

Už jsme si řekli, že Ford Prefect je Arthurovův nejlepší kamarád, dalo by se říci jediný kamarád. Co ale ještě nevíte a nevěděl to tehdy ani Arthur, je, že Ford je ve skutečnosti mimozemšťan, stopař po Galaxii, který uvízl na této planetě nedopatřením a již 15 let se snaží z této periferie, kde, jak říká, umřel dinosaurus, dostat pryč. Nedařilo se mu právě proto, že je Země velmi nudná a galaktický dopravní ruch je zde cizí, asi jako tři v lihu naložená embrya laboratorních myši v muzeu veterinární univerzity v Brně.

Úloha č. 6: *Navigovat se v Galaxii není sranda, často řešíte rovnice a hledáte souřadnice. Zrovna včera Ford zkoušel vyřešit tuto soustavu tří rovnic o třech neznámých:*

$$x + x^2 - 9 = y,$$

$$y + y^2 - 9 = z,$$

$$z + z^2 - 9 = x.$$

Najděte všechna řešení pro soustavu rovnic v kladných reálných číslech. O nalezených řešeních dokažte, že žádná jiná neexistují.

Nakonec mu dost pomohl triviální (mrk mrk) fakt, že jsou pouze tři možnosti: x je buď menší než 3, větší než 3 nebo rovno třem. Dost se divím, že toto není úloha číslo 3.

„Ale já tady musím ležet, aby mi nezbourali dům,“ namítl Arthur.

„Ale tohle je hodně důležitý, Arthure. Země bude zničena.“

„Já vím, globální oteplování a tak, ale tohle je můj dům. To je víc důležitý.“

„Ne, poslouchej, Země bude během hodiny zničena.“

„Ale no tak Forde, tak rychle to nepostupuje, ne? Nejdřív bude vedro, pak stoupnou oceány, pak bude zima. To bude trvat 50 let...“

Úloha č. 7: *Za mlada Ford na rodném Betelgeuze V hrával se svým kamarádem Zafodem tuto hru:*

Na tabuli jsou napsaná čísla 1, 2, ..., 9. Začínající Zafod si vybere jedno číslo z tabule, které smaže a zapíše si ho do deníčku. Poté si Ford vybere nějaké zbývající číslo z tabule, zase ho smaže a zapíše si ho do svého deníčku. Takhle se střídají, dokud někdo nevyhraje, nebo dokud na tabuli žádné číslo nezbude. Vyhrává ten hráč, který jako první bude mít v deníčku napsaná tři čísla, jejichž součet se rovná 15. Pokud ani jeden hráč takovou trojici v deníčku po zapsání všech čísel z tabule nezíská, nastává remíza. (Například, pokud si Zafod napíše čísla 2, 8, 6, 5 a Ford čísla 1, 3, 4, pak Zafod vyhrál, jakmile napíše číslo 5, protože $2 + 8 + 5 = 15$). Rozhodněte (a dokažte), jestli má některý z hráčů výherní strategii a pokud ano, dobře ji popište.

Úloha za 3 body: Dokažte nejprve, že v piškvorkách na hrací ploše 3×3 nemá žádný z hráčů výherní strategii. Nemusíte vypisovat všechny možné situace až do konce hry – můžete si zjednodušit práci předpokladem, že první hráč hraje vždy doprostřed, a dále rozbrat pouze první dva tahy každého hráče.

„Tohle je něco jiného. Probíhá tu stavba intergalaktické dálnice a Země stojí v cestě. Za 55 minut začnou vesmírné vogonské stavební flotily s demolicí Země. Naštěstí můžu pravděpodobně chytnout stopa na jedné menší zásobovací lodi

a ta nás pravděpodobně vezme na nejbližší pravděpodobně obyvatelnou planetu. Pravděpodobně.“

Arthur se na Forda podíval a snažil se srovnat a dát smysl pravděpodobným informacím. Marně. Zkusil to znovu. Opět marně. Jediné, co dokázal vymyslet bylo, že od rána vlastně ještě neměl svůj šálek čaje.

„Ale můj dům...“

„Tvůj dům bude zbořen s celou Zemí dřív, než se ten buldozer dostane přes tvůj anglický trávník ke květináčům petúnií. Jedeš se mnou, nebo ne?“ zeptal se Ford a vytáhl Stopařova průvodce po Galaxii.

Stopařův průvodce po Galaxii je zajímavá kniha, která má spoustu výhod, o kterých si povíme později. Teď zmíníme jen jednu, zato velmi velmi podstatnou výhodu: na obalu Stopařova průvodce po Galaxii je totiž nápis:

NEPROPADEJTE PANICE

„Jedeš se mnou?“ zopakoval otázku.

Arthur polkl. Ve skutečnosti se rozhodně nedalo říct, že by řekl „Ano“ nebo že by vůbec něco řekl nebo kývl hlavou nebo jinak neverbálně vyjádřil souhlas, nicméně Ford to tak pochopil. Zvedl palec a... chytl stopa.

Pokračování příště...