



Odevzdej přes QR kód

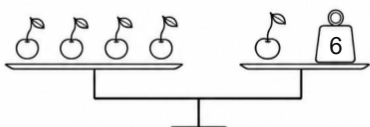
[illegible]

	×	6	=			7
+						+
2						=
=						
3	+		+		=	13
		×			×	
		2			5	
		=			=	
2	+		+		=	25
×						()
+						
=						
15						

Realizace projektu byla podpořena
Ministerstvem školství, mládeže
a tělovýchovy.

Příklad č. 2: Všechny váhy jsou v rovnováze. Čísla na závažíích udávají hmotnost v kilogramech. Určete, kolik váží jednotlivé obrázky.

a)



 = ?

b)



 = ?

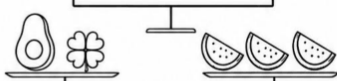


 = ?

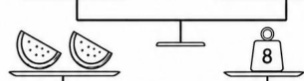
c)



 = ?



 = ?

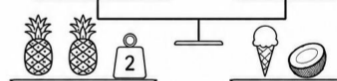


 = ?

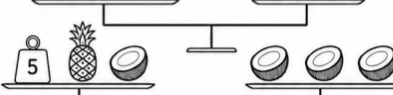
d)



 = ?



 = ?



 = ?

V této úloze chceme výsledek, napiš postup (nejlépe soustavu rovnic) a odpověz větou.

Příklad č. 3: *Na soustředění jsou organizátoři Terka, Lucka, Viťas, Fanda a Noel. Každý má jiné tričko, jinou věc, jiné zvířátko a jinou svačinu.*

Trička: růžové, žluté, červené, modré, zelené.

Věci: kostky, kytara, karty, šachy, frisbee.

Zvířátko: kočka, pes, želva, králík, papoušek.

Svačiny: jablko, rohlík, banán, sušenka, hruška.

Nápovědy:

- 1. Fanda má modré tričko.*
- 2. Ten, kdo má karty, jí banán.*
- 3. Noel má zelené tričko.*
- 4. Kočku má ten, kdo jí jablko.*
- 5. Ten, kdo má červené tričko, má karty.*
- 6. Terka má růžové tričko.*
- 7. Ten, kdo má šachy, nejí hrušku ani rohlík.*
- 8. Králíka má ten, kdo má šachy.*
- 9. Frisbee má ten, kdo má zelené tričko.*
- 10. Ten, kdo má žluté tričko, má kytaru.*
- 11. Viťas má červené tričko.*
- 12. Želvu má ten, kdo jí banán.*
- 13. Ten, kdo má modré tričko, má šachy.*
- 14. Ten, kdo má kostky, jí jablko.*
- 15. Pes není u zeleného trička.*
- 16. Ten, kdo má psa, jí rohlík.*

Zjistěte, kdo má papouška.

V této úloze nestačí jen výsledek. Napište také postup: z čeho postupně vyplynulo, kdo má jaké tričko, věc, svačinu a zvířátko.

Příklad č. 4: *Doplňovací úloha je delší část textu, který máte pochopit a na správná místa doplnit vynechané části. Pokud chcete k něčemu psát postup, budeme to hodnotit pozitivně, ale v principu žádný postup není nutný.*

V této doplňovací úloze si projdeme základy kombinatoriky.

Představme si, že máme 3 kšiltovky. Celkem tedy máme 3 možnosti, jak si vybrat kšiltovku.

Když si koupíme ještě další 3 kšiltovky, změní se počet možností na

Jestliže si ale ke třem kšiltovkám navíc koupíme 3 trička, budeme mít celkem možností, jak si vybrat tričko a kšiltovku. Máme totiž možnosti výběru trička a ke každému tričku ještě možnosti výběru kšiltovky.

Mohlo by nás také zajímat, kolika způsoby můžeme postavit do řady čtyři děti: Aničku, Bětku, Cecilku a Dana.

Na první místo můžeme vybrat libovolné dítě, tedy vybíráme ze možností. Ať už vybereme kohokoli, na druhé místo nám zbývají možnosti.

Na třetí pozici máme možnosti a poslední místo je již jednoznačně určeno.

Dohromady tedy máme možností uspořádání.

S podobnými součiny se budeme setkávat často, a proto si zavedeme speciální značení.

Součin $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ zapisujeme jako $n!$ a čteme jej „ n faktoriál“, tedy $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$.

Všimněme si, že číslo $n!$ odpovídá přesně počtu způsobů, kolika můžeme n různých věcí seřadit.

Spočítejte:

$$5! = \dots\dots\dots$$

$$3! = \dots\dots\dots$$

$$5! : 3! = \dots\dots\dots : \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

Zamyslíme se ještě nad jednou situací. Máme 2 modré a 3 červené kuličky, kuličky stejné barvy od sebe nerozeznáváme. Zajímá nás, kolika způsoby je můžeme seřadit do řady.

Kdybychom od sebe uměli rozlišit libovolné dvě kuličky, například bychom si kuličky očíslovali, mohli bychom je uspořádat celkem způsoby.

Ve skutečnosti však nerozeznáváme jednotlivé červené ani jednotlivé modré kuličky. Pokud mezi sebou prohodíme dvě červené kuličky, vznikne stejné uspořádání. Totéž platí i pro modré kuličky.

Například uspořádání

$$\check{C}_1, \check{C}_2, M_1, \check{C}_3, M_2 \quad \text{a} \quad \check{C}_2, \check{C}_1, M_1, \check{C}_3, M_2$$

jsou z hlediska barev vlastně stejná, protože jsme jen prohodili dvě červené kuličky mezi sebou.

Každé uspořádání jsme tedy započítali vícekrát.

Modré kuličky můžeme mezi sebou přerovnat způsoby.

Červené kuličky můžeme mezi sebou přerovnat způsoby.

Takže dohromady je tedy celkem · způsobů, jak zvlášť seřadit 3 červené a 2 modré kuličky mezi sebou.

Každé uspořádání jsme tedy započítali celkem krát a počet možností, jak seřadit 3 červené a 2 modré kuličky, je tedy

$$\dots\dots\dots : (\dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$$

Všimněme si, že seřadit 3 červené a 2 modré kuličky do řady, když nerozlišujeme kuličky stejné barvy, je vlastně totéž jako vybrat z pozic v řadě pozice, na kterých bude červená kulička.

A to je více / stejně / méně možností ve srovnání s výběrem pozic, na kterých bude modrá kulička.

Číslům vyjadřujícím přesně tyto počty říkáme kombinační čísla. Konkrétně počet způsobů, kolika lze vybrat k věcí z n , zapisujeme $\binom{n}{k}$ a čteme „ n nad k “.

Stručně se to zapisuje:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n - k)!}.$$

Pro ty, kdo neznají zlomky, to je to stejné jako

$$\binom{n}{k} = n! : (k! \cdot (n - k)!).$$

Tento vzoreček shrnuje celou kapitolu, proto si ho zopakujeme na dalších příkladech.

Pro opakování spočítejte:

Kolik je

$$\binom{6}{5} =$$

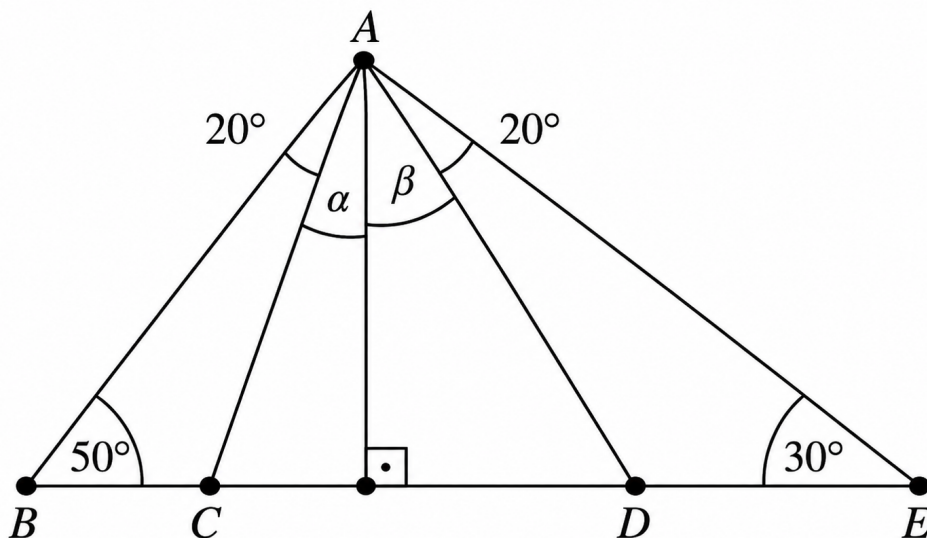
Kolika způsoby můžeme 6 dětí rozdělit do dvou týmů po 3 dětech? (Na názvech týmů nezáleží.)

.....

Kolika způsoby můžeme sedm dětí rozdělit na dvě skupiny po 3 a 4 dětech?

.....

Příklad č. 5: Určete velikost úhlů alfa (α) a beta (β), pokud víme, že součet úhlů v trojúhelníku je vždy 180° .



V této úloze chceme řešení i postup.