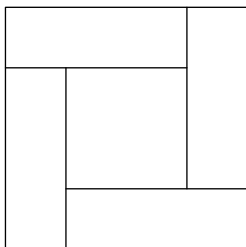


Zadání úloh 5. série 41. ročníku

Termín odeslání: 30. 3. 2026

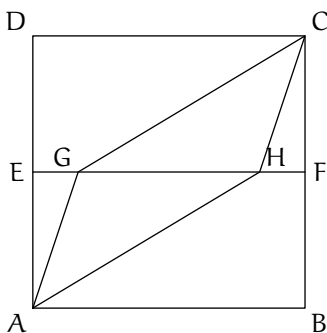
Ural je jedno z nejstarších pohoří na Zemi. Je dlouhé téměř 2 500 km a tvoří hranici mezi Evropou a Asií.



Obr. 1

Úloha č. 1: Do skály jsou vytesány čtyři shodné obdélníky jako na obrázku 1. Obsah vnějšího čtverce je 4krát větší než obsah vnitřního čtverce. Jaký je poměr délky delší strany každého obdélníku k délce jeho kratší strany?

Velká Británie je největší ostrov ležící u pobřeží Eurasie. Přestože se často mluví o „britských ostrovech“ jako celku, samotná Velká Británie (tedy ostrov, na kterém leží Anglie, Skotsko a Wales) je svou rozlohou přibližně 209 000 kilometrů čtverečních větší než jakýkoliv jiný ostrov přiléhající k Evropě nebo Asii.



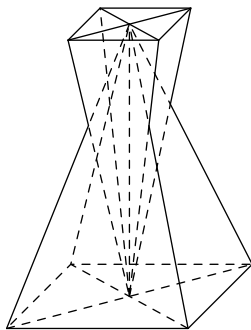
Obr. 2

Úloha č. 2: *Ve Velké Británii jsme našli čtverec ABCD jako na obrázku 2 se stranou délky $|AB| = 12$. Body E a F jsou postupně středy stran AD a BC. Na úsečce EF leží postupně body G a H. Z bodů G a H jsou vedeny úsečky do vrcholů A a C tak, že tyto úsečky rozdělí čtverec na tři oblasti se stejným obsahem (AGCD, AHCG, ABCH). Jakou délku má úsečka GH?*

Sloni (včetně indických) mají za život 6 sad stoliček, které se postupně obrušují a posouvají dopředu, přičemž nové zuby rostou za nimi. Jakmile se poslední, šestá sada stoliček obrousí (obvykle ve vysokém věku), slon již další nové zuby nezíská a ztrácí schopnost přijímat potravu.

Úloha č. 3: *Napište všechna kladná celá čísla menší než 2026, která se rovnají šestinásobku součtu svých číslíc. Dobře zdůvodněte, proč to pro žádná další čísla neplatí.*

Přesýpací hodiny se výrazně rozšířily a vylepšily ve středověku hlavně díky evropským námořníkům. Ne vždy obsahovaly obyčejný písek — často se plnily mletým mramorem, oxidy kovů nebo rozdrcenými pálenými skořápkami. Pro rovnoměrné sypaní se ukázalo jako ideální, když měla zrnka velikost mezi dvanáctinou a polovinou šířky hrdla hodin.



Obr. 3

Úloha č. 4: *Na obrázku 3 jsou do sebe zaklesnuté dva pravidelné čtyřboké jehlany. První jehlan má hranu podstavy délky 1 cm, druhý jehlan má hranu podstavy délky 2 cm. Oba jehlany mají výšku 3 cm a jejich hlavní vrcholy jsou uprostřed podstavy druhého jehlanu. Jehlany nejsou oproti sobě natočené, přední hrany podstav jsou rovnoběžné. Určete objem průniku těchto dvou jehlanů.*

Tesařík alpský má modrošedé zbarvení s černými skvrnami a dlouhá pruho-
vaná tykadla, která jsou často delší než celé tělo. Ačkoliv se larva ve dřevě vyvíjí
několik let, dospělý brouk pak žije jen velmi krátce – většinou jen pár dní až
týdnů.

Úloha č. 5: *Deset tesaříků sedí v řadě na deseti listech, co list to tesařík. V jeden
moment každý z tesaříků přeleze na nějaký ze sousedních listů nebo zůstane na
svém původním místě. Kolika způsoby to mohou udělat, aby na každém listě byl
opět právě jeden tesařík?*

Mount Everest je nejvyšší hora světa a stále roste. Pod Himalájemi do sebe
totiž naráží indická tektonická deska do eurasijské. Zemská kůra se tím mačká
a vrásní, takže se hory pomalu zvedají.

Úloha č. 6: *Na vrcholu Mount Everestu je lichoběžník ABCD takový, že $AD \parallel BC$,
 $|BD| = 1$, $|\angle DBA| = 23^\circ$ a $|\angle BDC| = 46^\circ$. Navíc platí poměr $|BC| : |AD| = 9 : 5$.
Jaká je délka strany CD? Výsledek podložte výpočty.*

Bajkal leží ve východní Sibiři v severní části Eurasie. Je to nejhlubší jezero na
světě (až 1642 m) a obsahuje přibližně 20 % veškeré nezamrzlé sladké vody na
Zemi.

Úloha č. 7: *Na dně Bajkalu jsme objevili tři reálná nezáporná čísla a, b, c , která
splňují vztahy*

$$b = \frac{2a^2}{1 + a^2}, \quad c = \frac{2b^2}{1 + b^2}, \quad a = \frac{2c^2}{1 + c^2}.$$

*Určete všechny možné trojice čísel a, b, c . Zdůvodněte, proč neexistují žádné
další vyhovující trojice.*