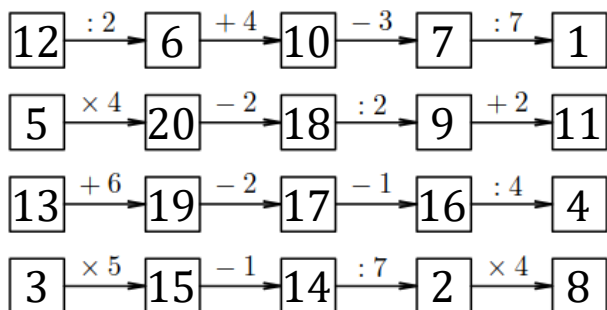


Vzorová řešení a komentáře Pikomatu Junior k 4. sérii příkladů

Příklad č. 1

Doplň do prázdných políček celá čísla od 1 do 20 (každé číslo můžeš použít jen jednou) tak, aby platily matematické vztahy. V této úloze náznak postupu vítáme.



Řešení: V této úloze je nejlepší začít od operací, kde se dělí a násobí. Tam totiž není tolik možností, pokud potřebujeme zůstat u čísel do 20. Začneme s operací $:7$ a najdeme, jaká čísla jdou vydělit 7 pro celočíselný výsledek. To jsou pouze čísla 7 a 14. Nyní zkusíme dosadit tyto dvě čísla do prvního řádku. Pouze 7 tam jde dosadit, protože se 14 bychom se v procesu doplňování dostali k 26, což je nejde, protože naše čísla jsou pouze do 20. Do prvního řádku dosadíme zbytek čísel a do posledního řádku doplníme 14 a následně i celý řádek.

Nyní nám zbývají pouze řádky uprostřed. Tam se objevuje operace $:4$ a $\times 4$, které jsou svými opaky. Když vydělíme 16 čtyřmi, dostaneme 4; a když vynásobíme 4 čtyřmi, dostaneme 16. Nyní

si najdeme kombinace čísel, které bychom mohli použít v těchto operacích: 1 a 4, 2 a 8, 3 a 12, 4 a 16, 5 a 20. Když vyřadíme všechny kombinace, které používají čísla ze dvou již vyplněných řádků, zbyde nám jen 4 a 16, 5 a 20. Ty zkusíme dosadit do jednoho z řádků a poté doplníme ostatní čísla podle toho, která kombinace bude splňovat všechna pravidla ze zadání. Následně doplníme poslední zbývajících řádek a máme vyplněnou celou tabulku!

Komentář pro řešitele: Většině řešitelům se podařilo dostat ke správně vyplněné tabulce. Cenili jsme, když jste dokázali svoje řešení podrobně vysvětlit v postupu.

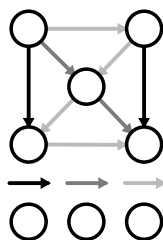
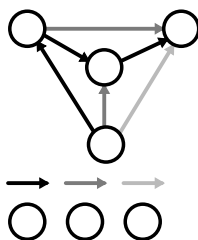
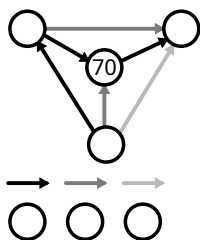
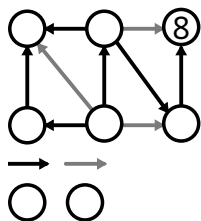
Komentář pro rodiče/učitele: Děkujeme rodičům za mnoho vytisknutých obrázků a pomoc řešitelům.

Příklad č. 2

V každé z následujících pavučin jsou kladná celá čísla v kroužcích a navíc platí, že ke každému odstínu šedi patří jedno kladné celé číslo (toto číslo se může lišit napříč pavučinami). Pro každou šipku pak platí, že když k číslu u startu šipky přičteme hodnotu šipky dle její barvy, dostaneme číslo u cíle šipky. Navíc víme, že:

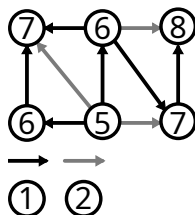
- v první pavučině je nejmenší číslo 5,
- ve druhé je největší číslo 100,
- ve třetí je součet nejmenšího a největšího čísla 11,
- ve čtvrté je součet všech pěti čísel 15.

Zjisti hodnoty v kolečkách i hodnoty jednotlivých šipek a zapiš je do jednotlivých políček.



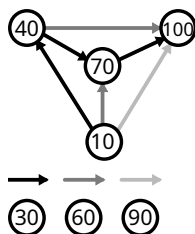
V této úloze je třeba uvést všechna řešení, proto bodujeme i postup.

Řešení:



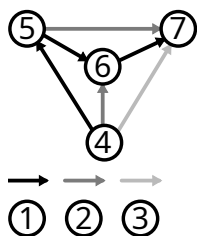
řešení první pavučiny

Pro nejmenší číslo v pavučině platí, že všechny šipky vedou od toho políčka. Kdyby vedla nějaká šipka do políčka, tak nějaké číslo bude určitě menší. Takže číslo 5 bude na základě této úvahy umístěno dole uprostřed. Od čísla 5 do čísla 8 vedou tři černé šipky, takže černá šipka přičítá 1. Z čísla 5 do čísla 7 vede šedá šipka, která tedy bude přičítat 2.

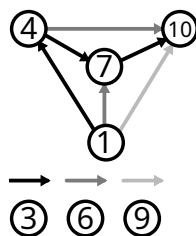


řešení druhé pavučiny

Přesně naopak než u nejmenšího čísla, tak u největšího čísla vedou všechny šipky do toho políčka. Když je největší číslo 100, tak se bude nacházet vpravo nahoře, jelikož všechny šipky vedou právě do tohoto políčka. Černá šipka potom přičítá 30 a z toho se dá doplnit celá pavučina a i šipky.

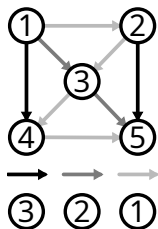


1. řešení třetí pavučiny



2. řešení třetí pavučiny

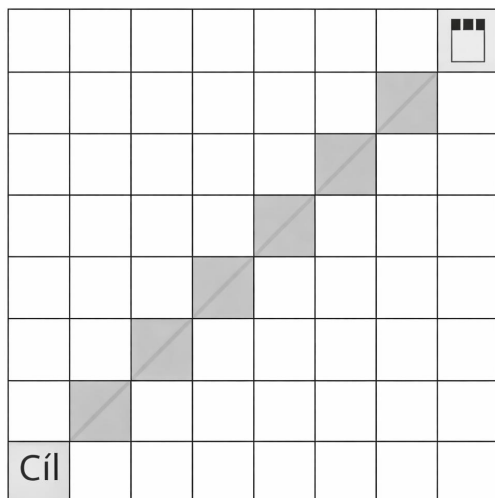
Největší číslo je vpravo nahoře a nejmenší naopak dole. Rozdělují je 3 černé šipky. Tedy když zkusíme dosadit za černou šipku přičítání 1, tak stačí najít dvě čísla, která dávají součet 11 a jedno je o 3 menší než to druhé. Jsou to čísla 7 a 4, které se přesně hodí do pavučiny a po dosazení se dá dodělat celá pavučina. Je třeba však zjistit, jestli je více možností, jak pavučinu vyplnit. Kdyby černá šipka přičítala 2, tak musíme najít dvojici, která dává součet 11 a jejíž čísla jsou od sebe vzdálena o 6. Jenže taková dvojice neexistuje ($2 + 8 = 10$, $3 + 9 = 12$). Další možnost je, že přičítá 3, a to by fungovalo, jelikož čísla 1 a 10 dávají součet 11 a jsou od sebe vzdálena o 9. Černá šipka nemůže přičítat 4, jelikož jen samotné přičítání by přičetlo číslo 12, což je větší než 11.



řešení čtvrté pavučiny

Součet pěti čísel má být 15. Na to sedí jediné čísla 1, 2, 3, 4, 5, jelikož jsou to nejmenší možná čísla, která fungují (další nejmenší sada je 2, 3, 4, 5, 6, ta ale dává součet 20) a potřebujeme jít po čtyřech světlých šipkách. Pomocí triku o nejmenším a největším čísle a čtyřech světlých šipkách se dá doplnit celá tabulka.

Řešení: Klíčová je vyznačená diagonála.



Proto platí, že hráč, který začne svůj tah svěží na diagonále, je v nevýhodě: musí diagonálu opustit a soupeř se na ni může hned

vrátit. Hráč, který naopak po svém tahu nechá věž na diagonále, získává výhodu.

Na začátku stojí věž v pravém horním rohu, tedy právě na této diagonále, a začíná Verča. Ta proto musí diagonálu opustit. Tonda pak vždy zahraje tak, aby se věž vrátila na diagonálu. Tímto způsobem bude Tonda po každém svém tahu nechávat Verče nevýhodnou pozici a nakonec dojde do cíle.

Výherní strategii má tedy druhý hráč, Tonda.

Jiné řešení bylo postupovat od konce a rozlišovat políčka na prohrávající a vyhrávající, ale i tímto postupem se nakonec muselo dojít k výsledku, že vyhrávající je vždy na diagonále a vše mimo ni je prohrávající.

Komentář pro řešitele: Pokud hledáme výherní strategii, tak předpokládáme, že oba hráči hrají ideálně. Tedy naopak nepředpokládáme, že některý z hráčů bude dělat chyby. Ty mohou být dodatečná informace, ale nemělo by se s nimi při strategii počítat.

Příklad č. 4

26 káčátek šlo k řece. Káčátka se dělí na pravdomluvná a lháře. Pravdomluvná káčátka kvákají jenom pravdu a lháři kvákají jenom nepravdu. Káčátka šla po dvojicích a každé kvákalo: „káčátko se mnou ve dvojici kváká nepravdu.“ Mohla se pak káčátka ve dvojicích přeuspořádat tak, aby každé mohlo kvákat „káčátko se mnou ve dvojici kváká pravdu?“

V této úloze je třeba řešení dobře vysvětlit.

Řešení: Pokud všechna káčátka kvákala „káčátko se mnou ve dvojici kváká nepravdu“, museli být ve dvojici spolu vždy jedno pravdomluvné káčátko a jeden lhář. Máme totiž jen tři způsoby, jaká káčátka mohou jít spolu ve dvojici. Dvě pravdomluvná káčátka, nebo dva lháři, nebo pravdomluvné káčátko s lhářem. V

prvních dvou případech by obě káčátka ve dvojici kvákala „káčátko se mnou ve dvojici kváká pravdu“. Ve třetím případě, smíšené dvojici pravdomluvného s lhářem, by obě káčátka ve dvojici kvákala „káčátko se mnou ve dvojici kváká nepravdu“.

Abychom splnili zadání, museli bychom smíšené dvojice káčátek přeuspořádat pouze na dvojice dvou pravdomluvných káčátek nebo dvou lhářů. To ale není možné, protože máme 13 pravdomluvných káčátek a 13 lhářů. Zbývá nám tedy jedna smíšená dvojice.

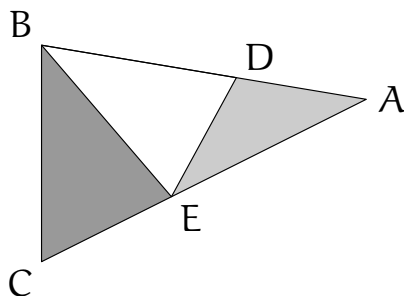
Správná odpověď je, že není možné, aby se káčátka ve dvojicích přeuspořádala, aby každé mohlo kvákat „káčátko se mnou ve dvojici kváká pravdu“.

Komentář pro řešitele: Myslím si, že úloha je velmi vhodná pro ověření logického myšlení mladších žáků.

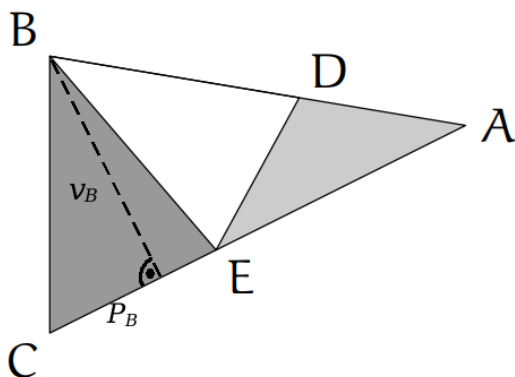
Komentář pro rodiče/učitele: Většina dětí našla správné řešení, mnoho dětí do řešení přidalo i grafický způsob. Bohužel se vyskytlo několik případů, kdy děti uvedly správné řešení, ale zapomněly nebo napsaly špatné odůvodnění. V několika případech bylo řešení napsané naprosto nepřehledně do vytištěného zadání.

Příklad č. 5

Všechny tři vyobrazené trojúhelníky mají stejný obsah. Pokud úsečka AC měří 12 cm, kolik centimetrů měří úsečka EC? V této úloze je třeba výsledek dobře vysvětlit.



Řešení: Trojúhelník BCE i „dvojtrojúhelník“ ABE mají společnou výšku na stranu b, budeme ji značit v_B . Obsah trojúhelníka BCE = $\frac{|CE| \cdot v_B}{2}$ a obsah trojúhelníka ABE = $\frac{|AE| \cdot v_B}{2}$.



Jestliže obsah trojúhelníka ABE zahrnuje obsahy dvou trojúhelníků (ADE a DBE) se stejným obsahem jako je obsah trojúhelníka BCE, je obsah trojúhelníka ABE dvojnásobný oproti trojúhelníku BCE.

Trojúhelník ABE má ale stejnou výšku k vrcholu B jako trojúhelník BCE, takže ten dvojnásobek obsahu může dohnat jedině tím, že jeho základna EA bude dvakrát větší než základna CE trojúhelníka BCE. Dohromady podle zadání musí dát $|CE| + |EA| = 12$ cm. Stačí 12 cm rozdělit na tři části, přitom jednu část dostane CE a dvě části dostane AE. Pak $|CE| = 12 : 3 = 4$ cm a $|AE| = 2 \cdot 12 : 3 = 8$ cm.

Úlohy čtvrté série opravovali a komentáře sepsali: 1. Luisa Troupová, 2. Noel Probst, 3. Alžběta Reitmayerová a František Steinhauser, 4. Jana Malkovská, 5. Ludvík Steinhauser