

Vzorová řešení a komentáře Pikomatu Junior k 1. sérii příkladů

Příklad č. 1

Zvědaví Pikomataři objevili na zakletém hradě zvláštní liánu. Ta se tak dlouho plazila po vyobrazeném čtverečkováném prostranství, až najednou narazila na svůj začátek, se kterým srostla.

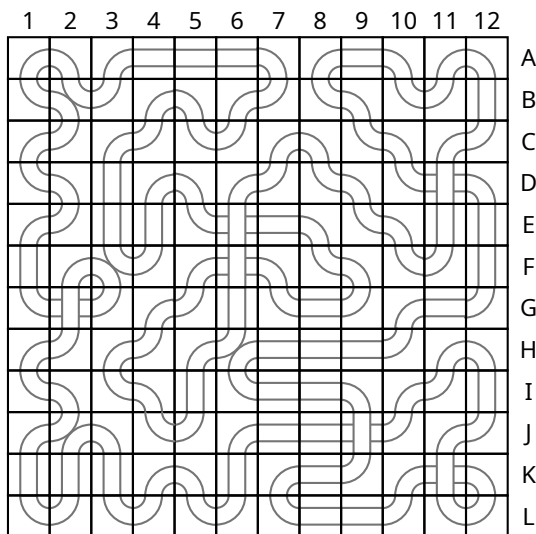
Tedy v tuto chvíli připomíná spíš provaz, kterému někdo svařil oba konce. Pikomataři měli však kromě zvědavosti i tužku s papírem, a tak si celou situaci znázornili. Neměli však čas zakreslit všechny zákruty, kterými se liána stáčela – jediné, co se jim povedlo stihnout úplně, je, že zakreslili všechna místa, kde liána křížuje sama sebe.

Víme, že na všech prázdných políčkách liána ve skutečnosti vede, ale nevíme, v jakém směru či jestli zde zatáčí. S jistotou však víme, že na žádném z těchto políček již nevede dvakrát. Dopln větší obrázek na předchozí stránce tak, aby odpovídal skutečnosti. Menší z obrázků ti ukáže, jak může vyplněná tabulka vypadat.

Řešení: Nejprve jsem spojila místa, která jsou u sebe, protože víme, že tam musí projít jen jedna liána přes políčko. Pokud by se spolu nespojila, vznikla by křížovatka, což nesmí. Potom jsem vyplnila rohy, protože tam je pouze jedna možnost, a znovu doplnila políčka jako předtím.

Poté jsem našla místa (K10, D1, F7, I12), kde by vznikla slepá ulička, pokud bych tam liánu nestočila. Od těchto nových míst jsem doplnila liánu, dokud bylo jasné, kam musí jít využívajíc principů, které jsme použili na začátku. Zopakovala jsem tento postup několikrát, dokud jsem nacházela nová místa.

V momentě, kdy dvě políčka vedle sebe vychází stejným směrem, je potřeba dávat pozor, jestli by spojením nevytvořila kruh, nebo menší liánu, která se nespojí se všemi políčky. V takovém případě se nesmí stočit k sobě (D3 a D4, I8 a J8). Zároveň dáváme pozor, aby nevznikly slepé uličky, a dále doplňujeme. Kolem políček L3 a L4 jsou možná dvě řešení, na obrázku je vidět pouze jedno z nich. Ke konci skončíme s „čtvercem“, kam vede 6 konců lián. Zde musíme dát pozor a spojit správně konce, aby doopravdy vznikla jedna dlouhá liána. Pokud použijeme tyto postupy, tak se nám nakonec podaří tabulku doplnit.

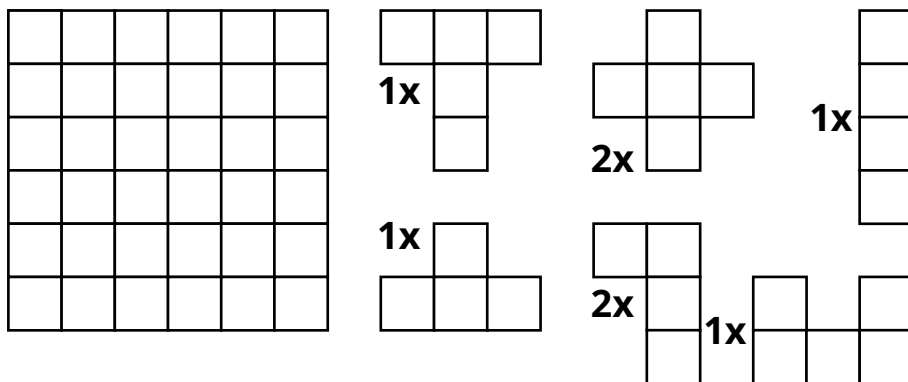


Komentář pro řešitele: V této úloze se velké části řešitelů dařilo, dokonce mnozí našli i více možností propojení liány, takže dobrá práce!

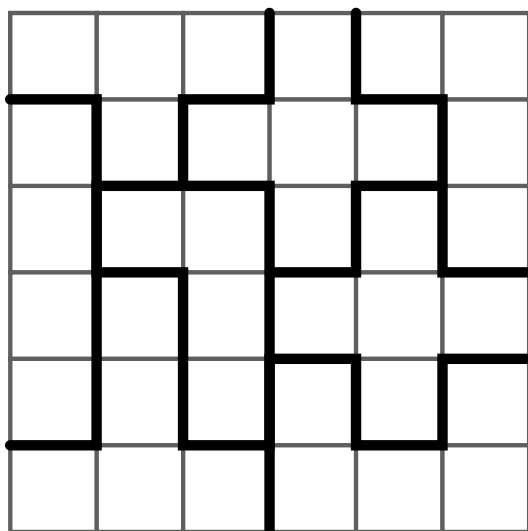
Komentář pro rodiče/učitele: Moc děkujeme rodičům za mnoho vytisknutých tabulek s liánami, které řešitelům usnadnily postup.

Příklad č. 2

Kromě liány našli Pikomaťáci i prazvláštní rytinu v ze-mi. Do této rytiny bylo bez překryvů vyskládáno 8 dílů. Dochovala se sice po-doba těchto dílů, ale bohužel již nic nevíme o způsobu, kterým byly tyto díly do rytiny vyskládány. Najdi nějaký z nich.



Řešení:



Řešení, která byla zrcadlově převrácená nebo otočená, byla samozřejmě také správná.

Komentář pro řešitele:

Naprostá většina řešitelů měla správné řešení.

Komentář pro rodiče/učitele: Moc se nám líbil nápad nechat řešitele vystříhnout si tvary z papíru a zkusit je poskládat. :)

Příklad č. 3

Od rytiny však jejich pozornost rychle odvedla tabulka, ve které se na některých políčkách vyskytovala čísla 1, 2, 3, 4. Víme, že v každém sloupci i řádku bylo každé z čísel právě jednou. Také víme, že kdybychom šli od každého čísla vedle tabulky v daném směru (vodorovně či horizontálně), tak první číslo, na které narazíme, bude stejné jako to, ze kterého jsme vyšli. Dopln tabulku čísly tak, aby odpovídala tomuto návodu.

Řešení: Na obrázku níže si můžete prohlédnout správné vzorové řešení.

	1	2	3	4	4	3	
1	1	2	3	4			4
1			1	2	4	3	3
2	2	3	4			1	1
3	3		2		1	4	4
4	4	1		3	2		2
4		4		1	3	2	2
	4	4	2	1	3	2	

Komentář pro řešitele: Většina řešitelů úlohu zvládla naprosto

správně. Pokud se chyby objevily, šlo zpravidla jen o drobné nesrovnalosti v jednom místě oproti zadání. Všem, kteří úlohu odevzdali, bychom proto chtěli srdečně poděkovat a pográtulovat k výborné práci!

Komentář pro rodiče/učitele: Oceňujeme promyšlené řešení využívající předtištěného zadání, které dětem ušetřilo práci s přepisováním a zároveň eliminovalo možné chyby způsobené nepozorností či chybným přepisem.

Příklad č. 4

Jak sčítat čísla pod sebou?

Máme například sečíst čísla 456 a 789. Čísla napíšeme pod sebe tak, aby jednotky byly pod jednotkami, desítky pod desítkami a tak dále:

$$\begin{array}{r} 456 \\ + 789 \\ \hline \end{array}$$

Sčítáme zprava, tj. od jednotek:

1. Jednotky: $6 + 9 = 15$. Píšeme 5, jedničku přenášíme:

$$\begin{array}{r} + 1 \\ 456 \\ + 789 \\ \hline 5 \end{array}$$

2. Desítky: $5 + 8 = 13$, přidáme přenesenou 1, celkem tedy 14. Píšeme 4, jedničku opět přenášíme:

$$\begin{array}{r} + 11 \\ 456 \\ + 789 \\ \hline 45 \end{array}$$

3. **Stovky:** $4 + 7 = 11$, plus přenesená jednička, celkem 12. Píšeme rovnou 12:

$$\begin{array}{r} + \quad 11 \\ \quad 456 \\ + \quad 789 \\ \hline 1245 \end{array}$$

Výsledek je tedy 1245.

Jak násobit číslo jednociferným číslem

Například spočítáme 456×7 . Číslo napíšeme pod sebe:

$$\begin{array}{r} 456 \\ \times \quad 7 \\ \hline \end{array}$$

Násobíme postupně – na první řádek napíšeme součin s jednotkami, na druhý součin s desítkami a na třetí se stovkami. Každý další řádek začínáme mezerou navíc (ta představuje 0). Mezivýsledky poté sečteme již známým postupem:

$$\begin{array}{r} \quad 42 \\ + \quad 35 \\ + \quad 28 \quad \cdot \\ \hline 3192 \end{array}$$

Výsledek tedy je 3192.

Stejně lze násobit i vícečiferná čísla. Ukázka pro 123×12 :

$$\begin{array}{r} \quad 123 \\ \times \quad 12 \\ \hline \quad 246 \\ + 123 \quad \cdot \\ \hline 1476 \end{array}$$

Pár úloh na procvičení

$$\begin{array}{r}
 203 \\
 \times \quad 4 \\
 \hline
 12 \\
 + \quad 0 \\
 + .8. \\
 \hline
 .8. \ .1. \ .2.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 148 \\
 \times \quad 13 \\
 \hline
 .4. \ .4. \ .4. \\
 + .1. \ .4. \ .8. \ .0. \\
 \hline
 1 \ 9 \ 2 \ 4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 105 \\
 \times \quad 213 \\
 \hline
 315 \\
 + .1. \ .0. \ .5. \\
 + .2. \ .1. \ .0. \\
 \hline
 .2. \ .2. \ .3. \ .6. \ .5.
 \end{array}$$

Úlohy s hvězdičkami

Ted' přejdeme na úlohy, které mají základ v tomto a fungují přesně podle těchto pravidel, ale neznáme některé cifry ze zadání a místo toho známe části mezivýsledků a snažíme se postupně všechny cifry dohledat. Při tom platí, že každá hvězdička může znamenat jednu číslici.

Úloha 1

$$\begin{array}{r}
 8 * \\
 + \quad * 7 \\
 \hline
 * 8 6
 \end{array}$$

Řešení a postup

- Protože součet končí číslicí 6, je jasné, že jednotky dávají součet 16 („6 s přenosem“). Proto musí být jednotka nahoře 9 ($7 + 9 = 16$).
- Desítky s přenosem dávají 8, takže horní číslice musí být také 9 ($1 + 8 + 9 = 18$, píšeme 8 a přenášíme 1).
- První číslice výsledku musí být 1, kvůli přenosu.

Výsledné řešení:

$$\begin{array}{r}
 8 \ 9 \\
 + \quad 9 \ 7 \\
 \hline
 .1. \ .8. \ .6.
 \end{array}$$

Úloha 2

$$\begin{array}{r} * 9 * \\ + 3 * 7 \\ \hline 7 * 5 \end{array}$$

Řešení a postup

- Součet končí číslicí 5, tedy jednotky dávají 15 („5 s přenosem“). Proto musí být horní jednotka 8 ($7 + 8 = 15$).
- Desítky s přenosem dávají 10, tedy prostřední cifru spodního sčítance můžeme zvolit libovolně (0–9); dole se objeví tatáž. Tu nyní označme X.
- Přenesená jednička jde na stovky. Protože výsledná cifra je 7, tak první číslo začíná na 3.

Výsledná řešení mají tvar:

$$\begin{array}{r} 3 9 8 \\ + 3 X 7 \\ \hline 7 X 5 \end{array}$$

Poznámka: Tato úloha má celkem 10 možných řešení.

Úloha 3

$$\begin{array}{r} * 1 * \\ \times \quad * 7 \\ \hline 1 * * 5 \\ + * 6 0 \\ \hline * * * * \end{array}$$

Řešení a postup

- Horní číslo při násobení 7 musí končit na 5, tedy horní číslo končí číslicí 5.
- Pokud horní číslo končí na 5, a násobí se 7, horní mezivýsledek musí končit na 05 s přenosem 1.
- Aby prostřední mezivýsledek měl čtyři cifry a začínal číslicí 1, musí horní číslo začínat číslicí 2.

- Horní číslo tedy musí být $\underline{215}$.
- Aby prostřední mezivýsledek končil na 60, je třeba ho násobit číslicí 4 ($\underline{15} \times 4 = 860$).
- Potom doplníme zbytek snadno: $\underline{215} \times 7 = 1505$.

Jediné řešení je

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad \quad \underline{2 \quad 1 \quad 5} \\
 \times \quad \quad \quad \underline{4 \quad 7} \\
 \hline
 \quad \quad \underline{1 \quad 5 \quad 0 \quad 5} \\
 + \quad \underline{8 \quad 6 \quad 0 \quad 0} \\
 \hline
 \underline{1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 5}
 \end{array}$$

Úloha 4

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad \quad * \quad * \quad * \\
 \times \quad \quad \quad * \quad * \\
 \hline
 \quad \quad \quad * \quad * \quad * \\
 + \quad \underline{6 \quad 9 \quad 5} \\
 \hline
 \quad \quad * \quad * \quad * \quad 3
 \end{array}$$

Řešení a postup

- Protože výsledek končí cifrou 3, víme, že stejnou cifrou musí končit i horní součin. Poslední cifrou horního součinu je tedy 3.
- Protože prostřední číslo (695) má jediného jednociferného dělitele a tím je 5, musí první cifra dolního čísla být 5 ($695:5 = \underline{139}$).
- Horní číslo je tedy $\underline{139}$.
- Aby součin čísla $\underline{9}$ končil číslicí 3, musí být druhá cifra dolního čísla rovna 7 ($\underline{9} \times 7 = \underline{63}$).
- Zbývající cifry dopočteme stejným způsobem.

Jediné výsledné řešení je

$$\begin{array}{r}
 1.3.9. \\
 \times 57 \\
 \hline
 9.7.3. \\
 + 6.9.5.0. \\
 \hline
 7923
 \end{array}$$

Úloha 5

$$\begin{array}{r}
 *** \\
 \times 1** \\
 \hline
 22** \\
 90* \\
 + **2 \\
 \hline
 56***
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{r}
 cde \\
 \times 1fh \\
 \hline
 22ij \\
 90g \\
 + ab2 \\
 \hline
 56klm
 \end{array}$$

Nejprve neznámé cifry označíme písmeny, ať je jasné, o kterou číslici se jedná (trochu z toho plyne, jakým způsobem budeme postupovat).

Nejprve vidíme, že číslice 6 ve výsledném čísle nevznikla přenosem přes desítku (protože součet $2 + 0 + 2$ je příliš malý). Číslice b proto musí být 5, jelikož pouze $2 + 9 + 5 = 16$ končí číslicí 6.

Dále zjistíme, že $a = 4$, protože muselo dojít k přenosu přes desítku:

$$\begin{array}{r}
 *** \\
 \times 1** \\
 \hline
 22** \\
 90* \\
 + ab2 \\
 \hline
 56***
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{r}
 *** \\
 \times 1** \\
 \hline
 22** \\
 90* \\
 + .4..5..2. \\
 \hline
 56***
 \end{array}$$

Nejspodnější mezisoučin (452) je tedy výsledkem násobení prv-

ního čísla (cde) číslicí 1 (z čísla dole). Proto první číslo je 452:

$$\begin{array}{r}
 \times \quad \begin{array}{ccc} & c & d & e \\ & 1 & * & * \end{array} \\
 \hline
 \quad 2 & 2 & * & * \\
 \quad 9 & 0 & * & \\
 + .4. & .5. & .2. & \\
 \hline
 5 & 6 & * & * & *
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{r}
 \times \quad \begin{array}{ccc} & .4. & .5. & .2. \\ & 1 & * & * \end{array} \\
 \hline
 \quad 2 & 2 & * & * \\
 \quad 9 & 0 & * & \\
 + .4. & .5. & .2. & \\
 \hline
 5 & 6 & * & * & *
 \end{array}$$

Další mezisoučin (90g) je výsledkem $\overline{452}$ násobeným druhou číslicí dolního čísla. Proto je druhá číslice $f = 2$, neboť $\overline{452} \times 2 = 904$:

$$\begin{array}{r}
 \times \quad \begin{array}{ccc} & .4. & .5. & .2. \\ & 1 & f & * \end{array} \\
 \hline
 \quad 2 & 2 & * & * \\
 \quad 9 & 0 & g & \\
 + .4. & .5. & .2. & \\
 \hline
 5 & 6 & * & * & *
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{r}
 \times \quad \begin{array}{ccc} & .4. & .5. & .2. \\ & .1. & .2. & * \end{array} \\
 \hline
 \quad 2 & 2 & * & * \\
 \quad 9 & 0 & 4 & \\
 + .4. & .5. & .2. & \\
 \hline
 5 & 6 & * & * & *
 \end{array}$$

Nejvyšší mezisoučin (22ij) pak vznikne násobením $\overline{452}$ třetí číslicí dolního čísla. Proto je tato číslice $h = 5$, neboť

$$\overline{452} \times 5 = 2260:$$

$$\begin{array}{r}
 \times \quad \begin{array}{ccc} & .4. & .5. & .2. \\ & 1 & 2 & h \end{array} \\
 \hline
 \quad 2 & 2 & i & j \\
 \quad 9 & 0 & 4 & \\
 + .4. & .5. & .2. & \\
 \hline
 5 & 6 & * & * & *
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{r}
 \times \quad \begin{array}{ccc} & .4. & .5. & .2. \\ & 1 & 2 & 5 \end{array} \\
 \hline
 \quad 2 & 2 & 6 & 0 \\
 \quad 9 & 0 & 4 & \\
 + .4. & .5. & .2. & \\
 \hline
 5 & 6 & * & * & *
 \end{array}$$

Teď už můžeme určit celý výsledek: Úloha má jediné řešení, a to

právě toto:

$$\begin{array}{r}
 \times \quad \begin{array}{r} .4. \ .5. \ .2. \\ 1 \ 2 \ 5 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} .2. \ .2. \ .6. \ .0. \\ .9. \ .0. \ .4. \\ + .4. \ .5. \ .2. \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} .4. \ .5. \ .5. \ .0. \ .0. \end{array}
 \end{array}$$

Komentář pro řešitele: Chválím všechny řešitele, kteří se někam dostali. Někteří se teprve učili sčítat pod sebe, zatímco jiní měli vše správně, snad jste se v této a následující úloze něco naučili.

Komentář pro rodiče/učitele: Omlouváme se za komplikace s úlohami a příklady, kvůli které někteří řešitelé odevzdali jen první 4 úlohy tohoto příkladu. Příště pro přehlednost jednotlivé podúlohy budeme značit 4.1, 4.2 atd. nebo nějak podobně, aby to řešitele nepletlo.

Příklad č. 5

Vyřešte s postupem následující úlohu:

$$\begin{array}{r}
 \times \quad \begin{array}{r} * * * \\ * * * \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} * * * * \\ 3 \ 1 \ 7 \ 6 \\ * * * \end{array} \\
 \hline
 * * 6 * *
 \end{array}$$

Řešení: Nejprve se podíváme na číslo na druhém řádku, 3176, to vznikne jako výsledek prvního trojciferného čísla vynásobeného prostřední cifrou toho druhého. Tady bude nejlepší číslo vydělit čísly od 1 do 9 a zjistit, pro která bude výsledek trojciferný. Z toho zjišťujeme, že to platí pro 4 a 8. Teď kdyby to bylo

$$\begin{array}{r} 397 \\ \times8 \\ \hline 3176 \\ + \\ \hline 6 \end{array}$$

Ted' vidíme, že první číslice nemůže být 2 ani nic většího, protože by výsledné číslo mělo více než 5 cifer. Takže doplním 1 a vyplním celý řádek.

$$\begin{array}{r} 397 \\ \times 18 \\ \hline 3176 \\ + 397 \\ \hline 6 \end{array}$$

Nakonec se asi nejvíc vyplatí zkusit zjistit zbytek druhého řádku. Po vyzkoušení všech čísel vychází 3 a 8. Příklad bude mít tedy

$$\begin{array}{r} \begin{array}{r} 397 \\ \times 183 \\ \hline 1191 \\ 3176 \\ + 397 \\ \hline 72651 \\ 397 \\ \times 188 \\ \hline 3176 \\ 3176 \\ + 397 \\ \hline 74636 \end{array} \end{array}$$

Komentář pro řešitele: Bohužel v tomto příkladu někteří řešitelé poslali jen 5. úlohu ze 4. příkladu. Těm byla tato úloha započítána do 4. příkladu, ale ne sem. Omlouváme se za nejasné značení, které některé z vás spletlo, a příště budeme značit jednoznačněji.

Úlohy první série opravovali a komentáře sepsali: 1. Luisa Troupová, 2. Robin Tesař + Eliška Vimmerová, 3. Noel Probst + Tereza Kubínová, 4. Ludvík Steinhauser, 5. Alžběta Reitmayerová + František Steinhauser