

PIKOMAT MFF UK

Milé řešitelky, milí řešitelé,

sestavili jsme pro vás zadání páté série. To vám posíláme v tomto, v pořadí již pátém, letáku 40. ročníku Pikomatu společně s výsledky a vzorovým řešením série třetí. Pátou sérii nám můžete posílat do 7. dubna.

Soustředění a tábor

Pikomat ale nejsou pouze matematické úlohy, připravujeme pro vás i mnoho dalších akcí. Pro ty nejúspěšnější z vás pořádáme jarní a podzimní soustředění. Letošní jarní soustředění se bude konat od středy 2.4. do čtvrtka 10.4. 2025 v městečku Strmilov. Na programu bude dopolední přednáška, odpolední sportovní nebo strategická hra a večerní matematický seminář na pokračování. O účasti na jarním soustředěním rozhodují výsledky prvních čtyřech sérií, zatímco o podzimním poslední dvě série. Naopak na letním táboře Pikomatu je vítán každý, kdo má aspoň trochu rád matematiku. Uskuteční se 26.7.-9.8. v Bratrouchově. Přihlásit se můžete na našem webu pomocí účastnického účtu.

Další akce Pikomatu

Úterní večery patří Pikoúterý, setkání řešitelů s organizátory u matematiky a stolních her v karlínské budově Matfyzu. Rádi vás uvidíme. V sobotu 15. března pak chystáme po delší době Pikosobotu. Její hlavní náplní bude bruslení. Pomaličku už se nám přibližuje také Pikomatí puťák. Tentokrát se vydáme objevovat krásy Kokořínska. Bude se konat sice až začátkem května, přihlásit se ale můžete už nyní.

Pro více informací navštivte náš web a sledujte nás také na Instagramu. Všechny dotazy vám rádi zodpovíme na adrese pikomat@mff.cuni.cz.

Hodně štěstí při řešení úloh vám přeje

Vaši organizátoři

Zadání úloh 5. série 40. ročníku

Termín odeslání: 7. 4. 2025

Tyrannosaurus rex nikdy nemohl naživo potkat stegosaura.

Úloha č. 1: Skupinka čtyř dinosaurů potřebuje v noci projít strastiplnou cestu. Je noc a mají jen jednu hořící větev, se kterou je potřeba si svítit pod nohy. Protože je stezka úzká, můžou chodit maximálně ve dvojicích. Tyrannosaurus rex by sám dokázal cestu projít za 2 minuty, megalosaurus za 3 minuty, velociraptor za 5 minut a troodon za 6 minut.

Když jdou dva dinosauri spolu, jejich rychlost je stejná jako rychlost toho pomalejšího. Hořící větev se nemůže teleportovat, je potřeba ji vždy přenést.

Poradte skupince dinosaurů, jak se mohou všichni čtyři dostat na druhý konec stezky za 17 minut.

Ceratosaurus měl na předních končetinách čtyři prsty, na zadních tři.

Úloha č. 2: Ceratosaurus má spoustu kamenných krychlí o hraně 1 cm. Slepil z nich útvar, vždy k sobě přikládal celé stěny. Povrch útvaru je 100 cm^2 . Popište jednu možnost, jak takový útvar mohl vypadat. K této možnosti napište počet krychlí, ze kterých se skládá, a nakreslete obrázek.

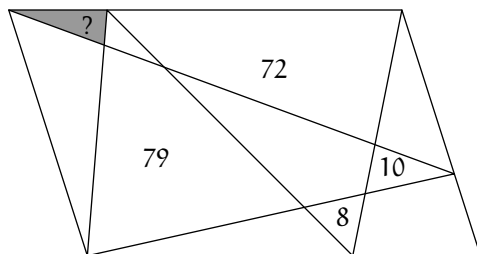
Slovo „carcharodontosaurus“ znamená „ještěr se žraločími zuby“.

Úloha č. 3: Carcharodontosaurus si do trávy vydupal přirozené číslo. Toto číslo mělo sudý počet cifer a pro každou cifru na sudé pozici (cifry číslujeme od pozice jednotek) platilo, že byla stejná jako předcházející cifra (např. 335588 nebo 9922). Dokonce se jednalo o druhou mocninu nějakého přirozeného čísla. Určete nejmenší přirozené číslo, jaké si carcharodontosaurus mohl do trávy vydupat. Zdůvodněte, proč je opravdu nejmenší.

Někteří sauropodi dosahovali délky až 30 metrů a za jeden den dokázali slupnout více než tunu rostlinné stravy.

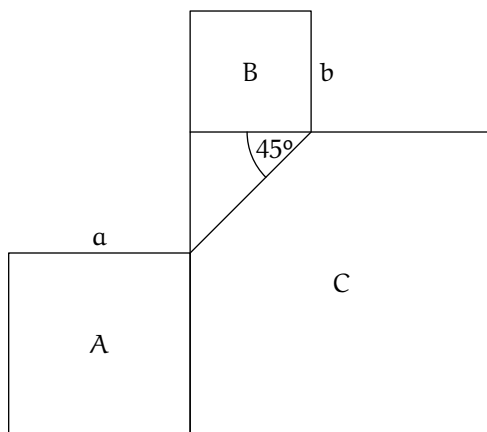
Úloha č. 4: Do skály byl vytesán rovnoběžník jako na obrázku 1. Uvnitř něj vedlo několik úseček (obrázek je pouze ilustrativní a nepřesný). Krokodýl spočítal obsah některých částí, v obrázku jsou obsahy uvedeny v cm^2 . Určete obsah části s otazníkem. Napište postup, jak jste na to přišli.

Krokodýli žijí v téměř nezměněné podobě od dob dinosaurů až do současnosti.



Obr. 1

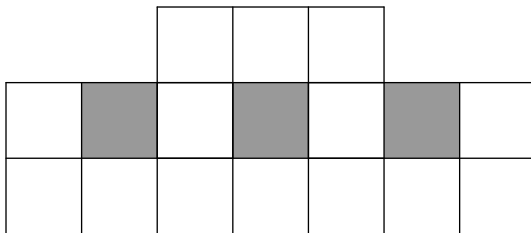
Úloha č. 5: Ve skále byl vytesán obrazec 2. Jedná se o tři čtverce a úsečku pod úhlem 45 stupňů. Víme, že obsah čtverce C je 18 cm^2 a že součet obsahů čtverců A a B je 10 cm^2 . Určete, kolik je $a \cdot b$, kde a je délka strany čtverce A a b je délka strany čtverce B. Popište, jak jste k výsledku došli.



Obr. 2

Nejdelší zaznamenaný zub měl tyrannosaurus rex. Zub celkově měřil 30 centimetrů počítáno včetně kořene; obnažená část měla asi 15 centimetrů.

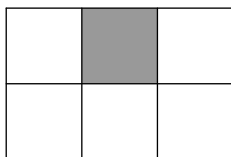
Úloha č. 6: Tyrannosaurus rex má obrázek obsahující několik čtverečků jako na obrázku 3. Má tři barvicí kameny; šedý, modrý a červený. Chtěl by každý čtvereček vybarvit jedním kamenem tak, aby čtverečky sousedící hranou měly vždy různou barvu. Některé čtverečky už vybarvil šedým kamenem jako na obrázku 3. Určete



Obr. 3

počet možností, jak mohl zbytek obrázku vybarvit. Výsledek zdůvodněte.

Varianta za 3 body: dinosaurus obarvoval obrázek 4.



Obr. 4

Z pouhého otisku stopy lze odhadnout výšku daného dinosaura. Například délka nohy je zhruba čtyřnásobkem délky stopy.

Úloha č. 7: Rubeosaurus si do písku napsal čísla od 1 do 100. V každém kroku si vybral dvě různá čísla, označme je x a y , smazal je a zpět do písku napsal buď $x + y$, nebo $x - 2y$. Takto mazal a psal, až mu zbylo pouze jediné číslo. Je možné, že toto zbylé číslo bylo 32? Popište, jak se k číslu 32 dostat, anebo zdůvodněte, proč to nelze.

K vyřešení této úlohy může pomoci první díl Průvodního povídání.

Vzorová řešení a komentáře k 3. sérii úloh

Úloha č. 1

Stegosaurus chce do políček napsat čísla 1 až 5, každé právě jednou, tak, aby všechny nerovnosti platily.

$$\square < \square > \square < \square > \square$$

Kolika způsoby to může udělat? Zdůvodněte.

Řešení: Nejprve si povšimněme, že číslo 5 nemůže být na liché pozici, protože v takovém případě by na sudých pozicích vedle muselo být větší číslo, což nelze. Tedy číslo 5 je na některé ze sudých pozic. Podobně je možné zdůvodnit, že číslo 1 je na liché pozici. Z toho také plyne, že číslo 2 je na liché pozici, neboť kdyby bylo na sudé, tak musí být dvě jiná čísla, která jsou menší. U čísel 3 a 4 nevíme, může totiž nastat následující situace:

$$4 < 5 > 1 < 3 > 2.$$

Problém si tedy rozdělíme na dva podproblémy: Jednak situace, kdy 4 je na sudé pozici a 3 na liché, druhak situace, kdy 4 je na liché pozici a 3 na sudé. V obou situacích spočítáme příslušné počty kombinací a výsledky sečteme.

Začneme první situací. V té máme 2 možnosti, kam umístit číslo 5, a poté 1 možnost, kam umístit číslo 4. Dále máme 3 možnosti, kam umístit číslo 3, poté zbývají 2 možnosti pro umístění čísla 2, a nakonec nám zbyde poslední pozice, kam se dá umístit číslo 1. Výsledný počet kombinací je tedy $2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 12$.

Nyní uvažme druhou situaci. Problém je symetrický, tedy počet možností, kdy číslo 5 je na druhé pozici je stejně, jako je možností, kdy je číslo 5 na čtvrté pozici. Můžeme si tedy představit, že číslo 5 je na druhé pozici, a výsledný počet možností vynásobíme dvěma. Zkusme nyní rozebrat všechny možnosti, na kterých pozicích může být číslo 4. Na první pozici být může, jak jsme již ukázali výše. Na třetí pozici být nemůže, neboť poté by na čtvrté pozici muselo být větší číslo, ale 5 je na druhé pozici. Ze stejného důvodu nemůže být 4 ani na páté pozici. Tedy musí být na první pozici:

$$4 < 5 > ? < ? > ?.$$

Zbývá rozdělit čísla 1, 2, 3. Jediná 3 může být na čtvrté pozici, tedy ji tam rovnou můžeme umístit:

$$4 < 5 > ? < 3 > ?.$$

Čísla 1 a 2 pak můžeme umístit dvěma způsoby:

$$4 < 5 > 1 < 3 > 2,$$

$$4 < 5 > 2 < 3 > 1.$$

Pokud tyto dva způsoby vynásobíme počtem možností, kam můžeme na začátku umístit číslo 5, dostaneme, že v druhé z obou uvažovaných situací máme 4 možnosti, jak čísla rozmístit. Stačí tedy sečíst s 12 způsoby z první situace, což dá dohromady $12 + 4 = 16$ možností.

Komentář: Někteřým řešitelům se do řešení vloudilo chybné pozorování, že 4 musí být na sudé pozici. Také mnoho řešitelů rozepsalo všechny možnosti, aniž by zdůvodnili, že žádné další nejsou.

Úloha č. 2

Stegosaurus se narodil 1. ledna. Když mu bylo 100 let a 299 dní (jedná se o 300. den daného kalendářního roku), bylo úterý. Když mu bylo 101 let a 199 dní, bylo také úterý. Jaký den v týdnu byl, když stegosaurovi bylo 99 let a 99 dní? Odpověď zdůvodněte.

Řešení: Nejdříve chceme zjistit, který z roků byl přestupný. Víme, že když stegosaurovi bylo 100 let a 299 dní, bylo úterý. Zároveň bylo úterý i v den, kdy mu bylo 101 let a 199 dní. Počet dní, který mezi těmito dny uběhl, musí být dělitelný 7.

Pokud by nebyl přestupný rok, uběhlo by 265 dní ($365 - 100$). Číslo 265 ale dává po dělení 7 zbytek 6. Podívejme se na situaci, kdyby přestupný byl. V tomto případě by totiž uběhlo o den více, dohromady tedy 266 dní. Číslo $266 \div 7 = 38$ a dělitelné 7 tedy je. Rok, začínající stegosaurovými 101. narozeninami, je přestupný, a předcházející tři tedy ne.

Mezi dnem, kdy stegosaurovi bylo 99 let a 99 dní, a dnem, kdy mu bylo 100 let a 299 dní, muselo uběhnout $365 + 200$, tedy 565 dní. Číslo 565 dává po dělení 7 zbytek 5. Pokud by uběhly další dva dny a stegosaurovi bylo 100 let a 301 dní, bude rozdíl 567 dní, což je číslo dělitelné 7. To znamená, že nastane stejný den v týdnu jako ten hledaný, když mu bylo 99 let a 99 dní. Pokud je nyní úterý, musí být za dva dny čtvrtek.

Čtvrtek musel být i ve chvíli, kdy mu bylo 99 let a 99 dní, a máme tedy hotovo.

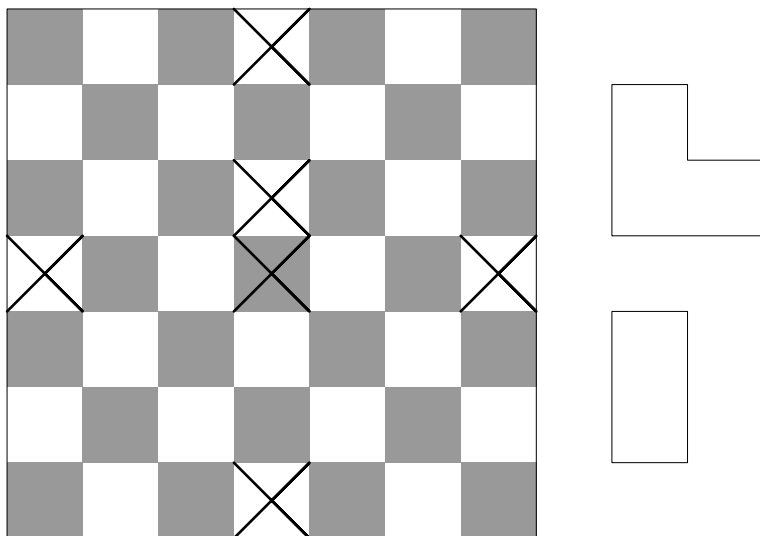
Komentář: Častá chyba v této úloze bylo "posunutí" dnů na špatnou stranu. Ve chvíli kdy se určil zbytek po dělení 7 mezi dnem, kdy bylo stegosauru 100 let a 299, a dnem kdy mu bylo 99 let a 99 dní, si bylo nutné uvědomit, že nehledáme den pět dní po úterý, ale den, který je pět dní před ním. Chválím proto všechny řešitele, kteří si s úlohou zdárně poradili.

Úloha č. 3

Ankylosaurus má šachovnici velikosti 7×7 . Velociraptor mu z ní vystříhl 6 políček jako na obrázku 5. Ankylosaurus chce zbylá políčka šachovnice bez překryvu a bez přechínání pokrýt L-dílkou (pokrývající 3 políčka) nebo I-dílkou (pokrývající 2 políčka) jako na obrázku 5, přičemž dílky může otáčet. Bohužel ale L-dílky jsou mnohem dražší než I-dílky, proto se snaží využít co nejméně L-dílků.

Varianta za 3 body: Nakreslete rozmístění dílků na šachovnici s co nejmenším počtem L-dílků.

Varianta za 5 bodů: Nakreslete takové rozmístění dílků a pečlivě zdůvodněte, proč nelze použít méně L-dílků.



Obr. 5

Řešení: Na šachovnici musíme dílky vyplnit 24 černých polí a 19 bílých polí. Pokud si šachovnici vyplníme dílky, tak si můžeme všimnout, že dílek I vyplní vždy jedno pole od každé barvy, zatímco L dílek vyplní vždy jedno pole od jedné barvy a dvě pole od druhé barvy. A protože musíme vyplnit o pět černých polí více než bílých polí, tak musíme použít minimálně 5 L dílků.

Komentář: Absolutní většina řešitelů našla správné řešení a velká většina napsala také správné řešení varianty za 5 bodů.

Úloha č. 4

Tato úloha se pojí s Průvodním povídáním přiloženým u zadání 2. série. Doplňte slova do následujícího textu.

Čínská zbytková věta:

Mějme nesoudělná přirozená čísla a , b . Mějme nezáporná celá čísla $g < a$, $h < b$. Pak existuje právě jedno nezáporné celé číslo m , pro které platí:

$$m \equiv g \pmod{a}, \quad m \equiv h \pmod{b}, \quad m < a \cdot b.$$

Důkaz: Nejprve dokážeme, že takové m existuje maximálně jedno. To uděláme tak, že si představíme, že taková m existují alespoň dvě, a ukážeme, že tato situace nemůže nastat. Tedy předpokládejme, že existují dvě různá m_1 a m_2 tak, že platí $m_1 \equiv g \pmod{a}$, $m_1 \equiv h \pmod{b}$, $m_2 \equiv g \pmod{a}$, $m_2 \equiv h \pmod{b}$. Takovému přístupu říkáme důkaz sporem.

Předpokládejme, že $m_1 > m_2$ (kdyby bylo $m_2 > m_1$, tato dvě čísla prohodíme a už můžeme pokračovat, jak jsme chtěli). Z tvrzení o součtu zbytků plyne, že $m_1 - m_2 \equiv 0 \pmod{a}$, $m_1 - m_2 \equiv 0 \pmod{b}$. Tedy číslo a dělí číslo $m_1 - m_2$, podobně číslo b dělí číslo $m_1 - m_2$. Z toho a z nesoudělnosti čísel a , b plyne, že $a \cdot b$ dělí číslo $m_1 - m_2$.

Z definice dělitelnosti tedy existuje nějaké $k \in \mathbb{Z}$ takové, že $m_1 - m_2 = k \cdot a \cdot b$. Jelikož $m_1 > m_2$, je $m_1 - m_2$ kladné. Tedy i číslo k musí být kladné. Jelikož je zároveň celé, musí platit, že $k \geq 1$. Tedy

$$m_1 - m_2 = k \cdot a \cdot b \geq 1 \cdot a \cdot b = a \cdot b.$$

Zároveň $a \cdot b > m_1$, tedy i $a \cdot b > m_1 - m_2$. Dosazením do předchozí rovnosti dostáváme, že

$$a \cdot b > m_1 - m_2 = k \cdot a \cdot b \geq 1 \cdot a \cdot b = a \cdot b,$$

což ale nemůže nastat, neboli jsme dostali spor. Tedy takové m může skutečně existovat maximálně jedno.

Dále ukážeme, že existuje alespoň jedno m . Pro to si nejprve uvědomíme, že dvojic čísel g, h , kde $0 \leq g < a$, $0 \leq h < b$, je celkem $a \cdot b$. Zároveň víme, že platí $0 \leq m < a \cdot b$, tedy číslo m může nabývat $a \cdot b$ různých hodnot.

Z předchozí části důkazu již víme, že s každou dvojicí čísel g, h se pojí maximálně jedna hodnota čísla m . Víme, že dvojic g, h je stejně jako kolik je možných hodnot čísla m . Potřebujeme ověřit, že ke každé dvojici čísel g, h existuje alespoň jedna hodnota čísla m .

Nyní zkusíme novým způsobem spočítat, kolika různých hodnot může m nabývat. Pro každou dvojici čísel g, h si zapíšeme tolik možností, kolika hodnot může m příslušné této dvojici nabývat. Z předchozí části důkazu víme, že tento počet možností je roven 1, nebo 0. Pokud by tento počet možností byl roven vždy jedné, dostali bychom celkový počet možností roven $a \cdot b$. Pokud by pro nějakou dvojici čísel g, h byl tento počet možností nulový, pak by celkový počet možností pro m byl *ostře menší než* $a \cdot b$. Taková situace však nemůže nastat, neboť víme, že možností pro m je dohromady přesně $a \cdot b$.

Tedy pro každou dvojici g, h musí být alespoň jedno m . Zároveň již víme, že pro každou dvojici g, h musí být maximálně jedno m . Dohromady dostáváme, že takové m musí existovat právě jedno, což jsme chtěli dokázat.

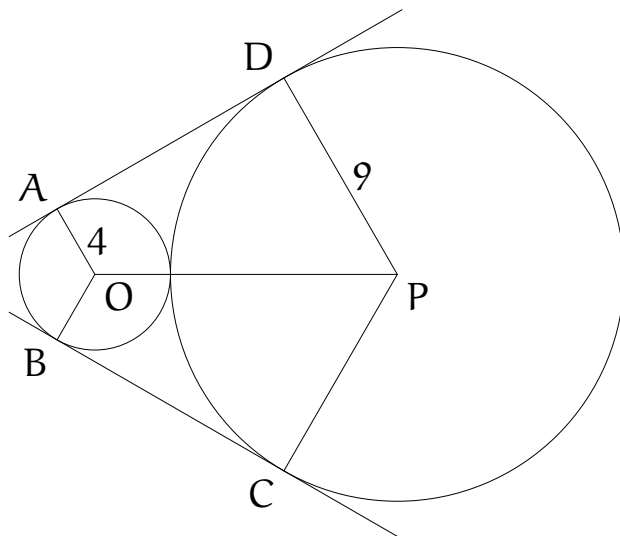
Příklad: *Ve skupině je x stegosaurů. Když jsme je rozdělili do pětic, tři přebývali. Když jsme je rozdělili do sedmic, pět přebývalo. Stegosauri jsou alespoň dva a není jich více než 35. Stegosaurů je 33, jelikož $33 \equiv 3 \pmod{5}$ a $33 \equiv 5 \pmod{7}$. Z Čínské zbytkové věty víme, že se jedná o jediný možný výsledek.*

Komentář: Skoro všichni řešitelé za tuto úlohu získali plný počet bodů. Necháme se překvapit, jak si zvládnou poradit s příštími úlohami s modulem, tentokrát již bez průvodního povídání.

Úloha č. 5

Do skály byl vytesán obrazec 6. Jednalo se o kružnici m se středem v bodě O a poloměrem 4 cm. Dále tam byla kružnice n se středem v bodě P a poloměrem 9 cm. Body A a B leží na kružnici m , body C a D leží na kružnici n . Přímky AD a BC jsou tečnami kružnic m a n . Určete obsah šestiúhelníku $AOBCPD$.

Pomůcka: Tečna je kolmá na poloměr. V našem případě např. poloměr AO je kolmý na tečnu AD .



Obr. 6

Řešení: Jelikož $|AO| = |OB|$, $|DP| = |CP|$ a úsečka OP je společná pro oba čtyřúhelníky $AOPD$ a $BOCP$, platí, že $|AD| = |BC|$. Tyto dva čtyřúhelníky lze přiložit k sobě společnou stranou OP tak, aby AO navazovala na PC a DP navazovala na OB . Tím dostaneme obdélník $ACBD$. Obsah šestiúhelníku $AOBCPD$ pak spočítáme jako obsah obdélníku $ACBD$.

Pro výpočet obsahu potřebujeme zjistit délky stran AC a BC . $|AC| = |AO| = |PC| = 4 + 9 = 13$ cm.

Délku strany BC spočítáme pomocí Pythagorovy věty. Tečny ke kružnici jsou kolmé na poloměr, proto $|OBC| = |\angle BCP| = 90^\circ$.

Vytvoříme si pomocný trojúhelník AXP , kde bod X leží na úsečce CP a platí $|CX| = 4$. Zjišťovaná délka BC je rovna délce OX , kterou zjistíme pomocí Pythagorovy věty.

$$|PX| = |CP| - |CX| = 9 - 4 = 5 \text{ cm.}$$

Úsečka OP je tvořena poloměry kružnic m a n , proto $|OP| = 9 + 4 = 13$ cm.

$$\begin{aligned} \text{Úsečka } OX \text{ je odvěsna, proto platí } |OX| &= \sqrt{|OP|^2 - |XP|^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \\ &= \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Obsah čtyřúhelníku $ACBD$ spočítáme jako $|AC| \cdot |BC| = 13 \cdot 12 = 156 \text{ cm}^2$.

Komentář: Většina řešitelů vyřešila úlohu správně, občas se objevila chyba ve

výpočtech a označování útvarů.

Úloha č. 6

Ankylosaurus si myslí tři kladná čísla (nemusí být pouze přirozená, může se jednat i např. o 0,5) x , y , z , splňující

$$x + \frac{1}{y} = 4, \quad y + \frac{1}{z} = 1, \quad z + \frac{1}{x} = \frac{7}{3}.$$

Určete, kolik je $x \cdot y \cdot z$. Dobře popište postup od rovnic až k výsledku.

Řešení: Po vynásobení zadaných tří rovnic mezi sebou dostáváme:

$$xyz + x + y + z + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{xyz} = \left(x + \frac{1}{y}\right) \left(y + \frac{1}{z}\right) \left(z + \frac{1}{x}\right) = 1 \cdot 4 \cdot \frac{7}{3} = \frac{28}{3}.$$

Po odečtení zadaných rovnic tedy:

$$xyz + \frac{1}{xyz} = \frac{28}{3} - \frac{7}{3} - 4 - 1 = 2.$$

Po vynásobení xyz :

$$(xyz)^2 - 2xyz + 1 = 0,$$

$$(xyz - 1)^2 = 0.$$

Odkud už plyne $xyz = 1$.

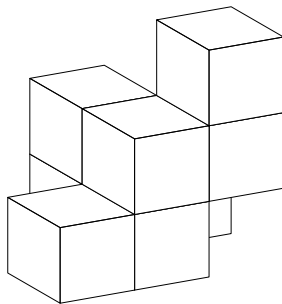
Komentář: Většina řešitelů úlohu správně vyřešila. Časté bylo řešení přes do počítání konkrétních hodnot x , y a z .

Úloha č. 7

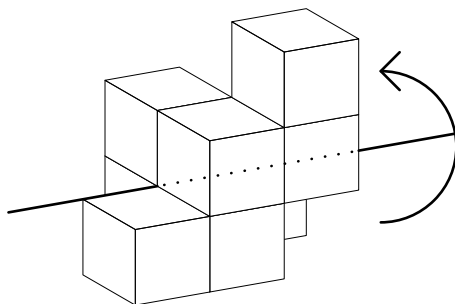
Stegosaurus našel tisíce kamenů tvaru jako na obrázku 7. Rád by z nich slepil kostku velikosti $50 \times 50 \times 50$, která musí být uvnitř zcela zaplněná, ale ven můžou části kamenů vyčnívat. Poradte mu, jak na to.

Varianta za 3 body: Poradte stegosaurovi, jak namísto kostky obdobně vytvořit tyč o rozměrech $2 \times 4 \times 50$.

Řešení: Rozkresleme si na obr. 9 do jednotlivých pater kámen a jeho otočení o 180° kolem osy vedoucí zleva dole doprava nahoru, jako na obrázku obr. 8.



Obr. 7

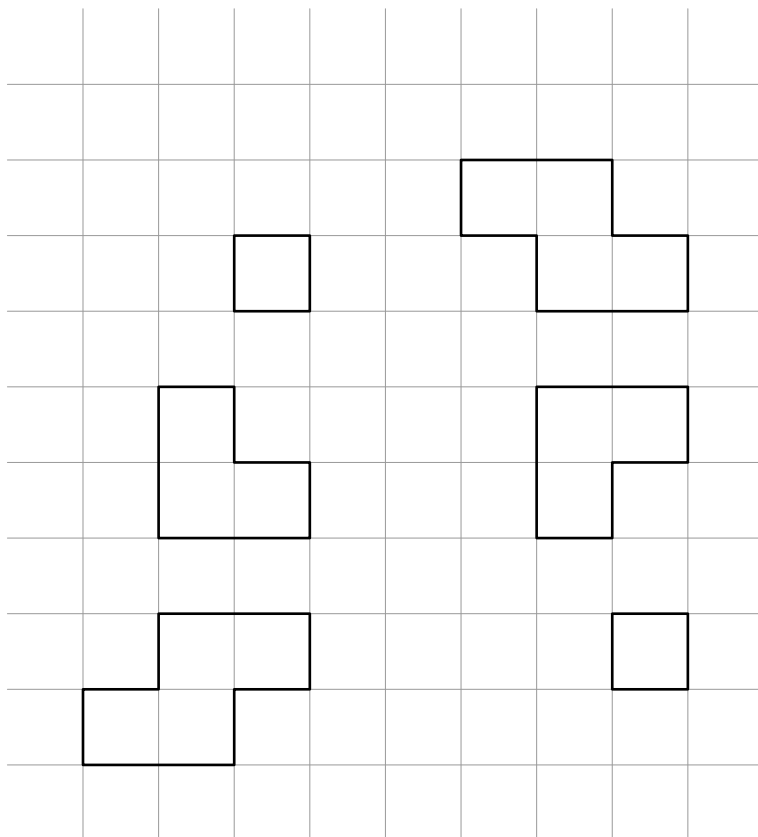


Obr. 8

Pokud k tomuto nákresu kamene přidáme jeho kopii posunutou o dva čtverečky doprava, nevzniknou žádné překryvy. Ve spodním patře nebude žádná mezera, protože za sebe dáváme útvary ve tvaru S, v druhém patře bude mezera jedné malé krychle a ve třetím budou samostatné krychle (černá a modrá na (obr. 10)).

Všimněme si, že na kámen můžeme dát další otočený jako na obr. 8 posunutý o jedno patro nahoru: první patro bude ve tvaru S, druhé a třetí budou čtverce a čtvrté bude ve tvaru Z (černá a šedá na obr. 10). Čtverce i útvary S a Z můžeme dávat o dva čtverečky doprava či doleva od sebe bez překryvů či mezer jako na (obr. 10), takže tímto postupem vznikne libovolně dlouhá tyč s výškou 4 a šířkou 2 bez mezer nebo vyčnívání v těchto dvou rozměrech. Tyč ze dvou kamenů (původní a otočený) má délku 2, takže opakováním tohoto vzoru 25krát získáme tyč o rozměrech $2 \times 4 \times 50$ s přesahy pouze v délce.

Díky tomu, že ve výšce a šířce nemáme žádné přesahy, můžeme složit 25

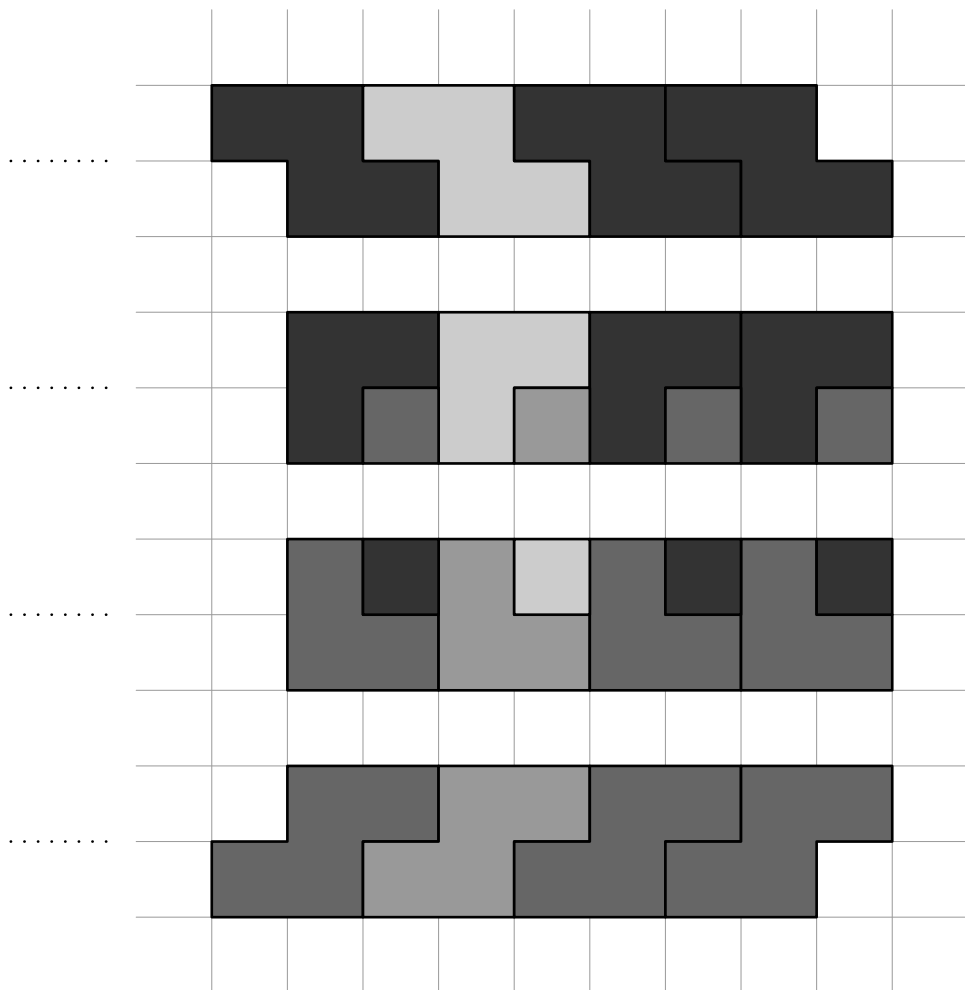


Obr. 9

těchto tyčí vedle sebe pro desku o rozměrech $50 \times 4 \times 50$ a 13 těchto desek nad sebe do kostky o rozměrech $50 \times 52 \times 50$, která obsahuje i chtěnou kostku $50 \times 50 \times 50$.

Komentář: Řešení přišlo poměrně málo, téměř všechna byla ale správná. Jak velká část řešitelů zjistila, v úlohách tohoto typu je dobrý nápad si zadané útvary vytvořit, například z nějaké stavebnice.

Úlohy třetí série opravovali a komentáře sepsali: 1. Antonín Hejný a Jana Feldbabelová, 2. Lukáš Koucký, 3. Vít Jiří Houfek, 4. Adam Dřínek, 5. Lucie Votru-



Obr. 10

bová, 6. Veronika Menšíková, 7. Tomáš Flídr

Výsledková listina Pikomatu MFF UK

po 3. sérii

<i>Celkově</i>	<i>V roč.</i>	<i>Jméno a příjmení</i>	<i>Roč. a škola</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>P</i>	<i>σ</i>	<i>Σ</i>
1.-3.	1.	Miroslav Hrinko	8. GCDP	5	4	5	5	5	5	5	-	30	90
	1.-2.	Matěj Krivánek	9. GMBU	3	5	5	5	5	5	5	-	30	90
		Jan Němeček	9. NPRG	5	5	5	5	5	5	5	-	30	90
4.-5.	2.	Tomáš Kvapil	8. PORG	5	5	5	5	5	5	5	-	30	89
	3.	Dan Školař	9. ZSBR	5	4	5	5	4	5	5	-	29	89
6.-7.	1.	David Kabelka	7. NPRG	5	5	5	5	5	-	5	-	30	88
	4.	Lukas Stanovsky	9. PORG	4	5	5	5	5	5	-	-	29	88
8.-10.	3.	Stanislav Beneš	8. GJNP	5	5	5	2	5	-	5	-	27	87
	5.-6.	Jiří Grepl	9. ZGUP	5	4	5	5	5	5	-	-	29	87
		Tyge Matthews	9. GNSP	5	3	5	4	-	5	5	-	27	87
11.-12.	7.-8.	Martin Dostál	9. GCHO	5	5	5	5	5	5	-	-	30	86
		Alžběta Reitmayerová	9. GSPP	5	5	5	5	5	5	5	-	30	86
13.	9.	Noel Probst	9. PORG	5	1	5	5	4	5	-	-	25	84
14.	2.	Adam Urx	7. PORG	5	5	5	-	5	5	5	-	30	83
15.	10.	Robin Tesař	9. GCDP	5	4	5	4	5	5	-	-	28	82
16.	3.	Petr Kysela	7. GCKR	5	5	3	5	5	5	3	-	28	79
17.	11.	Pavčina Petrželová	9. GJKP	5	4	2	3	5	5	-	-	24	77
18.	1.	Jakub Zelenka	6. GRIC	3	5	5	3	5	5	5	-	28	74
19.-20.	4.	Vít Lukavský	8. ZMNM	5	4	5	-	5	-	-	-	19	73
	12.	Matěj Kubín	9. GLIP	5	5	5	-	-	-	-	-	15	73
21.	5.	Eva-Margarita Migel	8. GNAP	3	3	5	5	5	5	-	-	26	71
22.	4.	Veronika Loudová	7. GNAP	5	2	3	2	-	-	-	-	12	69
23.	13.	Jitka Stejskalová	9. ZNDC	4	2	3	2	2	2	1	-	15	65
24.	5.	Adéla Manová	7. GLPP	5	2	5	-	5	3	-	-	20	64
25.-26.	2.	Maxmilian Čovan	6. GJKP	5	4	3	-	5	-	-	-	17	63
	6.	Martina Vojteková	7. PORG	5	4	5	5	-	-	-	-	19	63
27.-28.	6.	Lukáš Kopecký	8. GAJL	5	5	5	-	5	5	5	-	30	60
	14.	Matyáš Hazdra	9. GNAP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	60
29.	7.	Jiří Mlynář	8. PORG	3	5	5	-	5	-	-	-	18	58
30.-32.	3.	Matias Eisner	6. ZLTP	5	5	-	-	-	-	-	-	10	57
	7.	Ján Minárik	7. GABP	4	5	-	-	5	-	-	-	14	57
	8.	Matěj Matyáška	8. ZKON	3	2	-	-	5	4	-	-	14	57
33.	4.	Antonín Červený	6. GCDP	5	5	4	-	4	-	-	-	18	56
34.-36.	8.-9.	Agnes Dostálová	7. GMNP	3	-	-	-	-	-	-	-	3	55
		Alžběta Pelikánová	7. GBUP	5	5	5	-	5	-	-	-	20	55
	9.	Metodej Samal	8. ZKVL	5	5	5	5	5	5	5	-	30	55
37.	15.	Mariana Warausová	9. GKSP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	53

<i>Celkově</i>	<i>V roč.</i>	<i>Jméno a příjmení</i>	<i>Roč. a škola</i>	1	2	3	4	5	6	7	P	σ	Σ
38.–39.	10.–11.	Lada Karásková	7. PORG	5	-	-	-	3	-	-	-	8	50
		Magdaléna Pelikánová	7. GBUP	5	5	5	-	5	-	-	-	20	50
40.	10.	Sofie Kaucáková	8. GOPG	-	-	-	-	-	-	-	-	0	49
41.–44.	12.–14.	Karel Olšar	7. GCKR	5	3	4	4	-	-	-	-	16	48
		Vlastimil Straka	7. ZTRE	-	-	-	-	-	-	-	-	0	48
		Bedřich Škop	7. GMSP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	48
	16.	Josefína Svatušková	9. PORG	-	-	-	-	5	-	-	-	5	48
45.	11.	Radka Valkovičová	8. ZOKZ	-	-	-	-	-	-	-	-	0	47
46.	17.	Šimon Pelák	9. PORG	5	-	-	-	-	-	-	-	5	44
47.	12.	Jakub Hrabálek	8. ZSJN	5	-	5	-	-	-	-	-	10	42
48.	15.	Adam Donát	7. GCDP	2	2	-	-	5	-	-	-	9	40
49.	18.	Jana Malkovská	9. ZGUP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	39
50.	19.	Marek Nechvátal	9. PORG	-	-	-	-	-	-	-	-	0	36
51.	16.	Hana Korejšová	7. ZPSP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	35
52.	1.	Marek Houfek	5. ZCHP	4	-	-	-	-	-	-	-	4	34
53.	20.	Gleb Baulin	9. GPKV	3	1	3	-	5	5	-	-	17	33
54.	13.	Matěj Kiapeš	8. ZKON	3	-	-	-	4	-	-	-	7	32
55.	17.	Jaroslav Posch	7. GMKR	-	-	3	-	-	-	-	-	3	31
56.	18.	Pavčina Břízová	7. GTNV	-	-	-	-	-	-	-	-	0	30
57.–58.	14.–15.	Roman Chasovskikh	8. GKMP	3	-	-	-	5	-	-	-	8	28
		Jan Foldyna	8. ZAJP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	28
59.	5.	Jonas Koucky	6. GJKP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	27
60.–61.	6.	Dominik Holtan	6. GMSP	3	-	3	-	-	-	-	-	6	26
	21.	Kateřina Tesař	9. NPRG	-	-	-	-	-	-	-	-	0	26
62.–63.	7.	Patrik Nedvěd	6. ZSTD	-	-	3	-	-	-	-	-	3	25
	19.	Emma Tereza Collis	7. GMSP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	25
64.–65.	20.	Adam Kozák	7. ZTRE	-	-	-	-	-	-	-	-	0	24
	16.	Mikuláš Krubner	8. GBEN	-	-	-	-	-	-	-	-	0	24
66.	22.	Tomáš Blahout	9. GCHE	-	-	-	-	-	-	-	-	0	23
67.	17.	Nikolas Doležal	8. ZKYS	-	-	-	-	-	-	-	-	0	22
68.–69.	8.	Čestmír Hlaváček	6. GABP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	21
	18.	Karel Kanický	8. ZKYS	-	-	-	-	-	-	-	-	0	21
70.–71.	19.	Jan Daniel Elleder	8. PORG	-	-	-	-	-	-	-	-	0	20
	23.	Matěj Pavlok	9. ZERM	-	-	-	-	-	-	-	-	0	20
72.–73.	9.	Karolína Tarant	6. NPRG	-	-	-	-	-	-	-	-	0	19
	20.	Adéla Šukeníková	8. ZLJN	-	-	-	-	-	-	-	-	0	19
74.–76.	10.	Victoria Bartůňková	6. ZMAC	-	-	-	-	-	-	-	-	0	18
	21.	Vojtěch Bárta	7. GLIP	-	-	5	-	-	-	-	-	5	18
	21.	Petr M. Grametbauer	8. ZLOP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	18
77.	22.	Vojtěch Pešl	7. PORG	-	-	-	-	-	-	-	-	0	16
78.–84.	23.	Richard Bechera	7. GRIC	-	-	-	-	-	-	-	-	0	15
	22.–23.	Kristian Poljak	8. GPRE	-	-	-	-	-	-	-	-	0	15
		Dorota Slamková	8. GOHR	-	-	-	-	-	-	-	-	0	15
	24.–27.	Barbora Bouchnerová	9. GJKP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	15

<i>Celkově</i>	<i>V roč.</i>	<i>Jméno a příjmení</i>	<i>Roč. a škola</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>P</i>	<i>σ</i>	<i>Σ</i>
78.–84.	24.–27.	Františka Cindrová	9. GJKP	-	-	-	-	5	-	-	-	5	15
		Jakub Pešl	9. PORG	-	-	-	-	-	-	-	-	0	15
		Jan Rosík	9. ZSPP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	15
85.	24.	Matteo Dalrymple	8. ZSBR	-	-	-	-	-	-	-	-	0	13
86.	24.	Robert Faltys	7. ZLUZ	-	-	-	-	-	-	-	-	0	11
87.–88.	2.	Anna Menšíková	5. ZBJP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	10
	28.	Vojtěch Kadlec	9. PORG	-	-	-	-	-	-	-	-	0	10
89.	25.	Lenka Pulkrábková	8. ZBOB	-	-	-	-	-	-	-	-	0	9
90.–91.	29.–30.	Jonáš Dinga	9. PORG	-	-	-	-	-	-	-	-	0	5
		Václav Vokůrka	9. GJKP	5	-	-	-	-	-	-	-	5	5
92.	11.	Viktoriiia Anisimová	6. ZLUZ	-	-	-	-	-	-	-	-	0	4
93.	26.	Sebastian Mlích	8. GMOP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	3
94.	27.	Marie Hošková	8. GABP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	2
95.–96.	31.	Elena Šlaisová	9. ZMEC	-	-	-	-	-	-	-	-	0	1