

PIKOMAT MFF UK

Milé řešitelky, milí řešitelé,

vítejte s námi v roce 2025! V tomto, v pořadí už čtvrtém, letáku druhého ročníku Pikomatu Junior naleznete zadání čtvrté série a vzorová řešení té druhé. Čtvrtá série má termín odeslání 10. února.

Jarní soustředění

Na našem webu už začalo přihlašování na jarní soustředění Pikomatu Junior. Přihlásit se může každý řešitel a o účasti rozhodne čas přihlášky. Budeme se na vás těšit o víkendu 28. 2.– 2. 3. na skautské základně Křížek v Praze na Žižkově.

Pikouťerý

Setkat se s námi můžete také v úterý večer na pravidelném Pikouťerý v karlínské budově Matfyzu. Na program bývá matematická přednáška a poté hraní deskových her.

Kontakt

Více informací můžete najít na našem webu a pokud máte nějaké dotazy, napište nám e-mail na adresu pikomat@mff.cuni.cz.

Spoustu dobrých nápadů při řešení úloh vám přeji

Vaši organizátoři

Zadání příkladů 4. série 40. ročníku Pikomatu Junior

Termín odeslání: 10. února 2025



Odevzdej přes QR kód



Příklad č. 1: *Lze rozkrájet meloun na čtyři kusy tak, aby po sněžení vnitřku zbylo pět kusů slupky?*

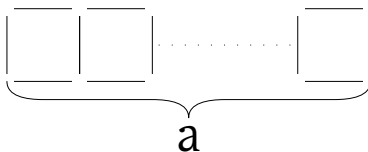
V této úloze chceme dobře popsanou konstrukci, případně zdůvodnění, proč takto meloun rozkrájet nejde.

Příklad č. 2: *V následujících větách doplňte chybějící slova.*

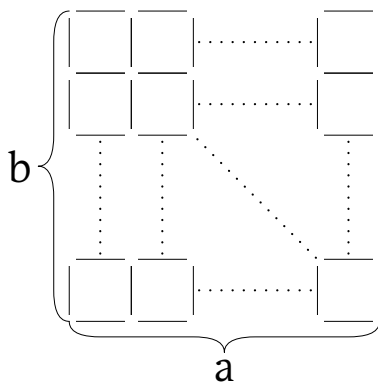
a) *K vytvoření pěti čtverečků v řadě potřebujeme dřívek a vznikne tak obdélníků.*



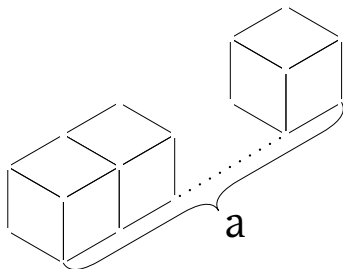
b) *Obecně k vytvoření a čtverečků v řadě potřebujeme dřívek a vznikne tak obdélníků.*



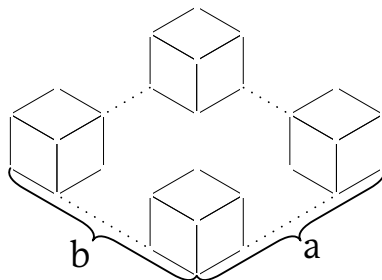
c) *K vytvoření b řad o a čtverečcích potřebujeme dřívek a vznikne tak obdélníků.*



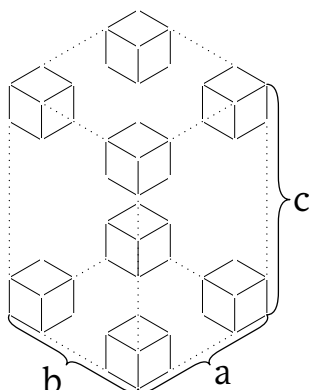
d) K vytvoření a krychlí v řadě za sebou potřebujeme dřívek a vznikne tak kvádrů. (Krychle tvoříme v prostoru a jedna krychle se tedy skládá z 12 dřívek. Jedno dřívko ale může sdílet více krychlí.)



e) K vytvoření b řad, kde v každé řadě je a krychlí, potřebujeme dřívek a vznikne tak kvádrů.

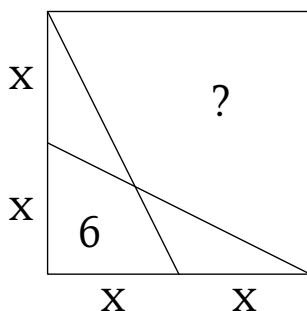


f) K vytvoření c pater vždy o b řadách, kde v každé řadě je a krychlí, potřebujeme dřívek a vznikne tak kvádrů.



V této úloze nevyžadujeme postup. Nicméně při nesprávném výsledku můžete za správné myšlenky v postupu získat částečné body.

Příklad č. 3: Je dán čtverec jako na obrázku. Úsečky označené x mají stejnou délku a obsah čtyřúhelníku vlevo dole je 6. Urči obsah čtyřúhelníku označeného otazníkem.



V této úloze chceme řešení a stručný postup.

Příklad č. 4: *V následujícím textu a následné úloze doplňte chybějící slova.*

Všichni už jsme se asi někdy setkali s příklady podobnými těmto: $5 \cdot 6 = ?$ nebo $127 + 13 = ?$. Naším cílem je v nich dopočítat neznámou hodnotu „?“. I v tomto případě můžeme říct, že se jedná o rovnici. Rovnice má dvě strany, levou a pravou, spojené znaménkem $=$. A poté hledané číslo, v našem případě „?“, kterému budeme říkat neznámá. Rovnice ale nemusí, a často není, ve tvaru, že bychom jen sečetli dvě čísla a znali výsledek. Existuje mnoho způsobů, jak může vypadat. A my chceme znát způsob, jak ji řešit obecně.

Rovnice naštěstí můžeme upravovat. Pokud chceme rovnici vyřešit, chceme se pomocí několika kroků, v nichž rovnici nějakým způsobem upravujeme, dostat do situace popsané v případě na začátku, tedy na jedné straně mít všechny neznámé a na druhé všechna čísla. Upravování samotné není nic složitého, člověk by měl mít jen na paměti, že v každém kroku musí být zachována původní rovnost, proto musí provést stejnou úpravu s oběma stranami. Všechny operace tedy musíme provádět na obou dvou stranách zároveň. Pokud z jedné odečítáme, musíme v tu chvíli přesně to samé odečíst i z druhé strany. Z rovnice $x + 1 = 7$ tedy odečtením 1 získáme $x = \dots\dots\dots$. Situaci si můžeme představit jako váhy, kde na každé z misek je jedna strana rovnice. Váhy jsou v rovnováze (obě dvě strany se rovnají) a my našimi úpravami nesmíme tuto rovnováhu narušit. Dokud však rovnováha zůstane, můžeme dělat, co potřebujeme. Například můžeme na obě dvě misky přidat nebo odebrat libovolné množství stejných kostiček. Kromě přičítání a odčítání můžeme také násobit a dělit. Pokud například platí $x = 2$, bude platit i $x + x = 2 + 2$, tedy $2x = 4$. Kdybychom měli $3x + 5 = 8$ a obě dvě strany vynásobili třemi, dostali bychom $\dots\dots\dots x + 15 = \dots\dots\dots$. Podobným způsobem mů-

žeme dělit. Vycházíme z toho, že pokud jsou obě dvě strany stejně velké, tak pokud je rozdělíme na stejný počet dílků, budou i jednotlivé dílky stejně velké. $4x = 12$ si tedy můžeme představit jako $x + x + x + x = 3 + 3 + 3 + 3$ a tedy $x = \dots\dots\dots$. U násobení a dělení si musíme dát pozor na to, abychom nenásobili/nedělili 0. Zatímco násobení by nás dovedlo jen k tomu, že $0 = 0$, u dělení bychom se dostali do nedefinovatelných oblastí.

Ukažme si to nyní na příkladu. Za | píšeme operaci, kterou provádíme:

$$\begin{aligned} 2x + 8 &= 17 - x, & | -8 \\ 2x + 8 - 8 &= 17 - x - 8, \\ 2x &= 9 - x, & | +x \\ 2x + x &= 9 - x + x, \\ 3x &= 9, & | :3 \\ x &= 3. \end{aligned}$$

Zkuste nyní doplnit následující operace:

$$\begin{aligned} 7x + 15 &= 2x + 20, & | -\dots\dots\dots \\ 5x + 15 &= 20, & | -\dots\dots\dots \\ 5x &= 5, & | : \dots\dots\dots \\ x &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

A naopak:

$$\begin{aligned} 5x + 12 + 3x &= 27 + x/2, & | -12 \\ \dots\dots\dots x &= \dots\dots\dots + x/2, & | \times 2 \\ \dots\dots\dots x &= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots x, & | -x \\ \dots\dots\dots x &= \dots\dots\dots, & | \dots\dots\dots \\ x &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

Zatím to musí vypadat, že všechny rovnice, které jsme počítali, spadly z nebe. Cílem rovnic je ale nějakým přehledným způsobem

vyjádřit a zapsat informace, které známe, do vztahu, z něhož můžeme dopočítat to, co nám chybí.

Příklad: Tři kamarádi Adam, Bára a Cyril sbírají známky. Víme, že Cyril má dvakrát tolik známek než Adam a Adam má o tři známky více než Bára. Dohromady mají děti 29 známek. Kolik mají jednotlivé děti?

Řekněme, že chceme zjistit, kolik známek má Bára. Tento počet si označíme x a bude to naše neznámá.

Bára: x

Víme, že Adam má o tři známky více. Adamův počet známek si chceme vyjádřit s pomocí neznámé „ x “:

Adam: $x + \dots\dots\dots$

Cyril má dvakrát více známek než Adam, má tedy (opět vyjádřete pomocí „ x “)

Cyril: $\dots\dots\dots x + \dots\dots\dots$

Dohromady mají děti 29 známek. To znamená, že chceme sečíst počet známek, které má Bára, Adam a Cyril (všechno vyjádřené pomocí „ x “).

Dostáváme tedy:

$$\dots\dots\dots x + \dots\dots\dots = 29.$$

Nyní dořešte rovnici.

Vyřešte poté následující úlohu:

Aničce, Bětce a Cyrilovi je dohromady 31 let. Bětka je dvakrát starší než Cyril a Anička je o čtyři roky mladší než Bětka. Kolik je Aničce, Bětce a Cyrilovi let?

Příklad: Může se stát, že v příkladu budeme počítat s více než jednou neznámou. Postup řešení je ale podobný. Řekněme, že máme pytlík bonbónů, ve kterém jsou dvě příchutě – jahodová a pomerančová. Kdyby bylo v pytlíku dvakrát více jahodových bonbónů,

než je teď, obsahoval by dohromady 40 bonbónů. Kdyby naopak obsahoval o pět pomerančových bonbónů méně, byl by celkový počet bonbónů jen 20. Kolik je v pytlíku jahodových bonbónů? Kolik pomerančových?

Naši první neznámou bude počet jahodových bonbónů. Pro přehlednost si ho označme j . Druhou bude v tomto případě počet pomerančových bonbónů. Ten si označíme p .

V pytlíku je na začátku $j+p$ bonbónů. První podmínka nám říká: $2j + p = 40$ ($2j$ značí, že jsem do pytlíku přidali ještě jednu tolik jahodových bonbónů).

Další informace, co máme, nám říká:

$$j + p - 5 = 20.$$

Tímto jsme získali takzvanou soustavu rovnic. Naším cílem je najít čísla j a p taková, aby platily obě dvě dílčí rovnice.

$$2j + p = 40$$

$$j + p - 5 = 20$$

Jak budeme postupovat? Zkusíme první rovnici vyřešit pro p , chceme tedy postupovat tak, jako bychom řešili rovnici s jednou neznámou. Naším cílem je dostat na jednu stranu p a na druhou všechno ostatní.

$$p = 40 - 2j$$

Takto jsme si vyjádřili neznámou p . Nyní ji můžeme v druhé rovnici nahradit tím, co nám nyní vyšlo na pravé straně.

$$j + p - 5 = j + (40 - 2j) - 5 = 20$$

$j + 40 - 2j - 5 = 20$ už je rovnice, kde máme pouze jednu neznámou a nijak se neliší od těch, které jsme předtím počítali. Můžeme ji vyřešit a dostáváme:

$$35 - j = 20 / + j$$

$$35 = 20 + j / - 20$$

$$15 = j$$

Když známe hodnotu j , můžeme jí nahradit j například v první

rovnici. Tím nám opět zbude rovnice pouze s jednou neznámou p , kterou už umíme vyřešit.

$$2j + p = 40$$

$$2 * 15 + p = 40$$

$$30 + p = 40 / - 30$$

$$p = 10$$

Příklad č. 5: Zkuste samostatně vyřešit následující úlohu. Nejdříve určete, co jsou vaše dvě neznámé, a označte si je. Poté si zapište jednotlivé vztahy pomocí dvou rovnic.

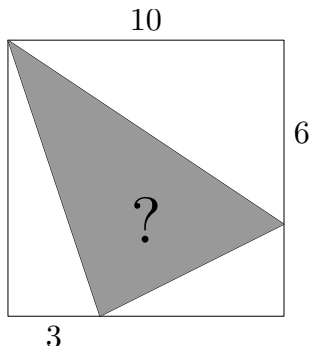
Na farmě jsou chovány slepice a krávy. Dohromady je na farmě 8 zvířat, která mají dohromady 20 nohou. Kolik je na farmě slepic a kolik krav?

V této úloze chceme řešení i postup (který se může podobat řešení v předchozí úloze).

Vzorová řešení a komentáře Pikomatu Junior k 2. sérii příkladů

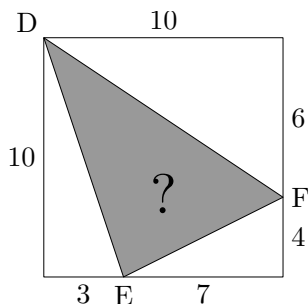
Příklad č. 1

Spočítejte plochu šedé části čtverce podle obrázku.



V této úloze chceme i postup.

Řešení:



Pojmenujme si čtverec jako ABCD, bod na úsečce AB jako E a bod na úsečce BC jako F (viz obrázek). Víme, že všechny strany čtverce jsou stejně dlouhé.

$$|AB| = |BC| = |CD| = |DA| = 10$$

Pomocí tohoto můžeme dopočítat délku úseček EB a BF.

$$|EB| = |AB| - |AE| = 10 - 3 = 7$$

$$|BF| = |BC| - |FC| = 10 - 6 = 4$$

Místo toho, abychom se snažili spočítat šedou část, spočítáme zbytek čtverce, který se skládá z trojúhelníku AED, BFE a CDF. Jejich obsah spočítáme vynásobením strany a jejich výšky a následným vydělením dvěma. Vydělit obsah musíme, protože jinak bychom spočítali obsah obdélníku. Výška se v tomto případě shoduje s druhou stranou trojúhelníků, protože jsou pravoúhlé.

$$AED = \frac{10 \cdot 3}{2} = 15$$

$$BFE = \frac{4 \cdot 7}{2} = 14$$

$$CDF = \frac{10 \cdot 6}{2} = 30$$

Obsah celého čtverce je $10 \cdot 10 = 100$ a od něj odečteme obsahy tří trojúhelníků.

$$100 - 15 - 14 - 30 = 41$$

Obsah šedé části se rovná 41.

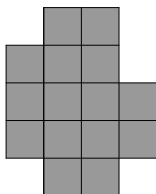
Komentář pro řešitele: Většina řešitelů s touto úlohou neměla problém a obsah trojúhelníku vypočítala. Někteří se snažili dojít k výsledku pomocí počítání čtverečků ve čtvercové síti, v tom se bohužel někdy ztratili a nedošli ke správnému obsahu.

Komentář pro rodiče/učitele: Oceňuji množství vytisknutých obrázků v řešeních, které pomáhaly dětem i opravovatelům.

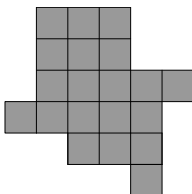
Příklad č. 2

Každý útvar rozděl na daný počet částí tak, aby všechny části byly shodné. Útvar je šedě vybarven. Stačí výsledek.

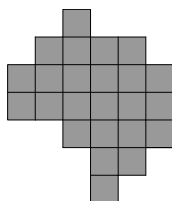
a) tři stejné části



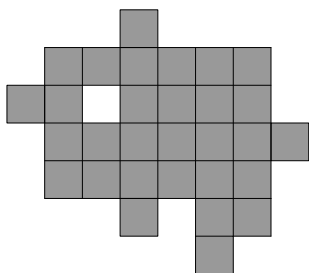
b) čtyři stejné části



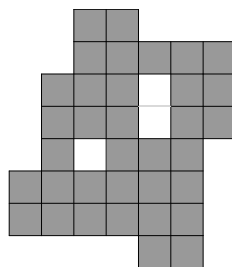
c) čtyři stejné části



d) rozděl na pět stejných částí

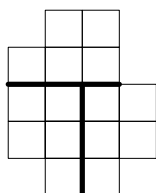


e) rozděl na pět stejných částí

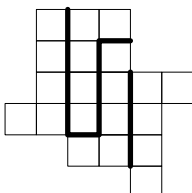


Řešení: Níže můžete nalézt každé z rozdělení v zadání.

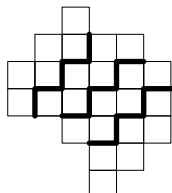
a) tři stejné části



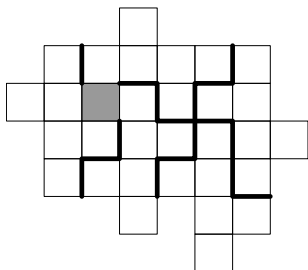
b) čtyři stejné části



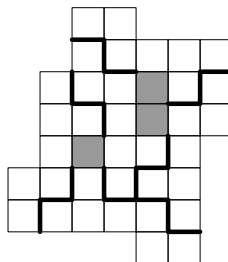
c) čtyři stejné části



d) pět stejných částí



e) pět stejných částí

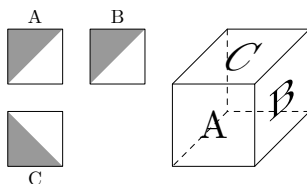


Komentář pro řešitele: Většina řešitelů si s touto úlohou, kterou bych neoznačila za lehkou, poradila výborně. Velmi oceňuji všechna řešení, která nastínila více řešení a nacházela nové, originální, rozdělení. Jako opravovatel bych řekla, že i přestože některá řešení měla menší chyby, tak všechna došla řešení byla zdařilá a ráda bych všem řešitelům tímto pogratovala! Děkuji za všechna řešení!

Komentář pro rodiče/učitele: Oceňuji, že většina rodičů svým dětem zadání vytiskla, což muselo jistě ulehčit řešení.

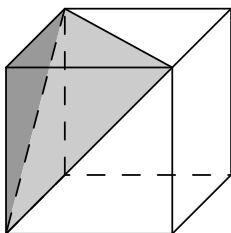
Příklad č. 3

Na obrázku vidíme krychli částečně vyplněnou šedou barvou (bílá je průhledná). Nakreslete krychli vyplněnou co největší šedou částí tak, aby ze stran vypadala jako na obrázku, a spočítejte objem její šedé části, pokud je délka strany původní krychle 1.

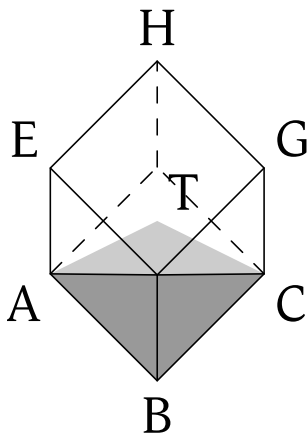


V této úloze chceme i postup.

Řešení: První, čeho si všimneme ve všech pohledech, může být vyplněný celý levý horní roh, viz obrázek.



Ale když se zamyslíme, jak tento útvar bude vypadat zezadu, tak si všimneme, že i střed této krychle nemusí být vidět (je na hranici toho, co je vidět). Abychom to lépe znázornili, nakreslíme si krychli postavenou úhlopříčně.



Tady vidíme, že celý prostor, který může být vyplněný, se skládá ze dvou jehlanů, které mají shodnou základnu. Objem jehlanu je podstava krát výška děleno třemi, takže pokud mají společnou podstavu, můžeme počítat samostatně, nebo rovnou oba najed-

nou:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v.$$

Jeho výška je polovina uhlopříčky, tedy

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

A podstava je rovnostranný trojúhelník o stranách délky odmocniny ze dvou (uhlopříčky čtverce) tedy $a = \sqrt{2}$. Jeho obsah je

$$S_p = a \cdot \frac{v}{2},$$

$$v = a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Výšku v rovnostranném trojúhelníku si můžete odvodit nebo najít v tabulkách.

Tedy

$$s = a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

a výsledný objem je

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4}.$$

Největší možný objem šedé části je proto jedna čtvrtina objemu krychle.

Komentář pro řešitele: Tato úloha byla v sérii nejnáročnější, ale zvládli jste ji většinou dost dobře. Většina sice přehlédla vnitřní jehlan, ale i tak vás chválíme, protože úloha byla opravdu náročná.

Komentář pro rodiče/učitele: Snad jsme touto náročnější úlohou řešitele neodradili a chtěli bychom pochválit i řešitele, kteří

spočítali jen objem jednoho z jehlanů. I na to byla potřeba dost představivosti a většina řešitelů to měla správně.

Příklad č. 4

Tvým úkolem v této úloze bude doplnit chybějící text.

Řešení: Často se nám v životě stává, že můžeme udělat jednu věc mnoha různými způsoby. Občas bychom rádi věděli, kolik takových způsobů je. Pro začátek si zkus představit, že máš dvě hromádky geometrických útvarů:



Nyní bychom rádi věděli, kolika způsoby si můžeme vybrat jeden černý a jeden bílý útvar. Jeden ze způsobů, jak se takového výsledku dobat, je vypsat všechny možnosti:

- | | | | |
|--|--|---|---|
| 1)   | 5)   | 9)   | 13)   |
| 2)   | 6)   | 10)   | 14)   |
| 3)   | 7)   | 11)   | 15)   |
| 4)   | 8)   | 12)   | 16)   |

Tedy celkově je možností 16. Můžeme si povšimnout, že v prvním sloupci je vždy bílý čtverec, v druhém bílý trojúhelník, ve třetím bílý kruh a ve čtvrtém bílá hvězda. Každý z těchto čtyř útvarů může být buďto s černým čtvercem, černým trojúhelníkem, černým kruhem, anebo s černou hvězdou. Tedy máme čtyři různé bílé útvary, přičemž s každým z nich mohou být čtyři černé. Dohromady je tedy možností $4 \cdot 4 = 16$.

Nyní si představme, že naše hromádky vypadají následovně:



Pak by možných kombinací bylo $4 \cdot 6 = 24$. Obdobně pokud by černých útvarů bylo 7 a bílých 11, pak by bylo možností celkově 77.

Zamysleme se nyní nad tím, co se stane, pokud bychom měli hromádky tři. Například si představme, že v první hromádce jsou 4 černé útvary, v druhé 5 bílých útvarů a ve třetí 6 červených útvarů. Kolika způsoby bychom si mohli vybrat jeden předmět od každé barvy v tomto případě? Situaci si můžeme představit takto: nejprve si vytáhneme černý útvar, což lze 4 způsoby. Poté si vytáhneme bílý útvar, což lze vždy 5 způsoby. Tedy kombinací černých a bílých útvarů je $4 \cdot 5 = 20$. Nakonec si vytáhneme červený útvar, což lze 6 způsoby. Tedy dohromady je možných způsobů $20 \cdot 6 = 120$.

Podobně kdyby byly bílé útvary 3, černé 4 a červených by bylo 7, pak bychom si trojici útvarů mohli vytáhnout

$$3 \cdot 4 \cdot 7 = 84$$

způsoby. Kdybychom k tomu přidali ještě modrou hromádku se 2 předměty, pak by bylo možností celkově 168.

Podobný princip lze aplikovat i v jiných případech. Například uvažme situaci, kdy máš 2 kamarády a každému z nich chceš dát 1 sladkost – buďto bonbon, nebo lízátko, anebo zmrzlinu. Přičemž oběma kamarádům můžeš klidně dát to samé. U každého z nich máš tedy 3 možnosti, jakou sladkost mu vybrat. Dohromady je tedy možností $3 \cdot 3 = 9$. Nyní si představ, že máš takových kamarádů 5. Potom je způsobů, jak mezi ně cukrovinky rozdělit, dohromady $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$. Kdyby ti kamarádi byli jen 2 a různých druhů cukrovinek jsi měl 7, pak bys jim je mohl rozdat $7 \cdot 7 = 49$ způsoby.

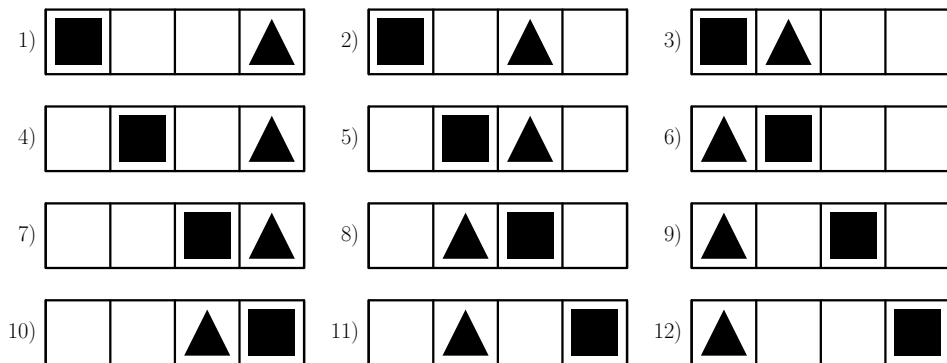
Vraťme se nyní k následující sadě útvarů:



Naším cílem bude nejprve určit, kolika způsoby lze naskládat čtverec a trojúhelník do následující tabulky tak, aby se v ní oba útvary vyskytovaly právě jednou.



Nejprve zkusíme opět všechny možnosti vypsát:



Z obrázku vidíme, že možností je 12. Zkusme se k tomuto výsledku nyní dobrat pomocí výpočtu. Nejprve si uvědomíme, že čtverec lze do prázdné tabulky vložit čtyřmi způsoby. Ve chvíli, kdy už čtverec v tabulce je, do ní můžeme vložit trojúhelník třemi způsoby. Tedy možností je dohromady $4 \cdot 3 = 12$. V našem obrázku je čtverec umístěn v každém řádku jedním konkrétním způsobem, pro který pak v jednotlivých sloupcích vybíráme pozici trojúhelníka.

Představme si nyní, že bychom spolu se čtvercem a trojúhelníkem chtěli umístit i kruh a hvězdu. Postupovat můžeme podobně, jako v předchozím případě. Nejprve si vybereme pozici čtverce, na což máme 4 možnosti. Poté umístíme trojúhelník, na což máme 3 možnosti. Následně vybereme pozici pro kruh, což lze 2 způsoby. Nakonec umístíme hvězdu, což lze pouze 1 způsobem. Tedy dohromady je možností $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.

Podobně kdybychom umísťovali 5 útvarů do tabulky o 5 políčkách, vyšlo by nám způsobů

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120.$$

Pokud bychom umísťovali 3 různé útvary do tabulky o 7 políčkách, vyšlo by nám jich $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$.

Abychom nemuseli psát dlouhé výrazy typu $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$, zavedeme si pro ně vlastní symbol. Ten označíme vykřičníkem a budeme mu říkat „faktoriál“. Tedy například

$$10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

označuje počet způsobů, jak nastrkat 10 různých předmětů do 10 krabiček. Podobně

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

a

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

Faktoriály můžeme taky dělit, což umožňuje zkrácení zápisu některých výrazů. Například

$$\frac{7!}{4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 7 \cdot 6 \cdot 5$$

Kdybychom chtěli vyjádřit počet způsobů, kterými nastrkat čtyři (různé) holuby do 16 jednolůžkových holubníků, pak je to možné

$$\frac{16!}{(16-4)!} = 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13$$

způsoby. U prvního holuba máme totiž 16 možností, u druhého 15, u třetího 14 a u čtvrtého 13.

Zkus nyní ty vyjádřit pomocí faktoriálů:

- Počet způsobů, kterými lze rozdat 12 různých bonbónů 12 kamarádům tak, že každý bonbón dáš právě jednomu kamarádovi: $12!$
- Počet způsobů, kterými lze nalepit 13 různých samolepek na 19 různých hrníčků tak, že na každém hrníčku bude maximálně 1 samolepka: $\frac{19!}{(19-13)!} = \frac{19!}{6!}$

- Počet způsobů, kterými lze rozložit 7 různých šachových figurek na klasickou šachovnici o velikosti 8×8 : $\frac{(8 \cdot 8)!}{(64-7)!} = \frac{64!}{57!}$

Při počítání faktoriálů si můžeme povšimnout, že jejich hodnota velmi prudce roste. Například $6! = 720$, $10! = 3\,628\,800$ a $20! = 2\,432\,902\,008\,000\,000\,000$. Tedy vyčíslovat jakékoli větší faktoriály většinou nedává smysl a v následující úloze to dělat nemusíš.

Komentář pro řešitele: Největší problémy dělala část úlohy o darování sladkostí kamarádům. Zde je nejdůležitější myšlenka, že je třeba násobit počet možností, ze kterých vybíráme, tolikrát, kolikrát je vybíráme. Velká pochvala pro ty, co měli tyto tři výsledky správně. :)

Komentář pro rodiče/učitele: Rodičům patří velký dík za trpělivost s focením/skenováním řešení, bylo to docela dost stránek.

Příklad č. 5

Máme dvě klasické šachovnice o velikosti 8×8 . Na první šachovnici chceme umístit jednu od každé z devíti různých šachových figurek, každou na samostatné políčko. Na druhou šachovnici chceme podobně umístit jednu věž, jednoho střelce a jednoho koně. Kolika způsoby to celé můžeme udělat? Výsledek stačí uvést v podobě součinu (není potřeba všechno vynásobit).

V této úloze chceme řešení i postup.

Řešení: Nejdříve určíme počet možností pro obě šachovnice jednotlivě. U první šachovnice máme pro první figurku, kterou umístíme, $8 \cdot 8 = 64$ volných políček, pro druhou již jenom $64 - 1 = 63$, pro třetí $64 - 2 = 62$ atd. Pro poslední, tedy devátou figurku, je to $64 - 8 = 56$ volných políček. Tyto možnosti spolu vynásobíme, jelikož pro každou možnost, kam dám první figurku, mám

63 možností, jak tam dát druhou figurku, a pro všechny tyto možnosti mám 62 možností, jak umístit třetí figurku atd. Celkem je to tedy $64 \cdot 63 \cdot 62 \cdot 61 \cdot 60 \cdot 59 \cdot 58 \cdot 57 \cdot 56 = \frac{64!}{(64-9)!} = \frac{64!}{55!}$ možností.

U druhé šachovnice budeme postupovat obdobně. Tímto způsobem nám vyjde $64 \cdot 63 \cdot 62 = \frac{64!}{(64-3)!} = \frac{64!}{61!}$ možností.

Teď spolu tyto počty možností vynásobíme, neboť pro každou možnost na první šachovnici máme právě $\frac{64!}{61!}$ možností na druhé šachovnici.

Celkem je to tedy $\frac{64!}{55!} \cdot \frac{64!}{61!}$ možností.

Komentář pro řešitele: Většina řešitelů úlohu zvládla, často se však stávalo, že zapomínali počty možností pro obě šachovnice spolu vynásobit a uváděli pouze mezivýsledky. Důležité bylo využít způsob z předchozí úlohy.

Komentář pro rodiče/učitele: Pátá úloha se vždy odkazuje ke čtvrté úloze. Obvykle nevyžaduje víc, než spojení myšlenek, které jsou zde vysvětlené. Pokud si tedy dítě neví rady, můžete najít příslušné pasáže v textu a ukázat mu, že příslušné kroky řešení už vlastně zná.

Úlohy druhé série opravovali a komentáře sepsali:

1. Luisa Troupová, 2. Tereza Kubínová, 3. František Steinhauser,
4. Eliška Vimmerová, 5. Irena Bártová

Výsledková listina Pikomatu MFF UK

po 1. sérii

Celkově	V roč.	Jméno a příjmení	Roč. a škola	1	2	3	4	5	P	σ	Σ
1.-2.	1.	Karel Blažek	5. ZKHP	5	5	5	5	5	-	25	50
	1.	Šimon Slavík	6. PORG	5	5	5	5	5	-	25	50
3.	1.	Radim Bridzik	3. ZBCP	5	5	4	5	5	-	24	49
4.-7.	1.	Yelysei Tiahulskiy	4. ZSKP	5	4	4	5	5	-	23	48
	2.-3.	Marek Houfek	5. ZCHP	5	5	4	4	5	-	23	48
		Jakub Popule	5. ZKHP	5	4	4	5	5	-	23	48
	2.	Dexter David Nezveda	6. GMSP	5	5	4	4	5	-	23	48
8.-11.	2.-3.	Markéta Kyselová	4. ZVET	5	5	3	5	4	-	22	47
		Vilém Vojtíšek	4. ZNCP	5	5	4	4	5	-	23	47
	4.	Anna Kvapilová	5. GZHP	5	5	4	5	3	-	22	47
	3.	Daniel Filipec	6. GMSP	4	4	4	5	5	-	22	47
12.-13.	5.	Tereza Strádalová	5. ZOLP	5	3	4	4	5	-	21	46
	4.	Marie Reitmayerová	6. GGJP	5	4	4	5	5	-	23	46
14.	4.	Jolana Kaděrová	4. ZPOH	5	4	3	5	5	-	22	45
15.-17.	5.	Slavomír Hrinko	4. ZBRP	5	1	4	5	5	-	20	44
	6.	Sofie Strádalová	5. ZOLP	5	3	4	4	5	-	21	44
	5.	Nataniel Kenderessy	6. ZKKO	5	4	2	4	5	-	20	44
18.-19.	7.	Kiara Kenderessy	5. ZMPB	5	4	3	2	5	-	19	43
	6.	Isabela Vacková	6. NPRG	5	4	4	3	5	-	21	43
20.-22.	6.	Matěj Šplíchal	4. ZZBR	5	3	4	5	5	-	22	42
	8.-9.	Jindřich Gallovič	5. ZKHP	5	4	2	5	4	-	20	42
		Filip Novotný	5. ZKHP	5	5	3	3	5	-	21	42
23.-24.	2.	Herman Simonov	3. ZLTP	5	4	2	5	4	-	20	41
	7.	Karin Beneš	4. ZJMP	5	3	5	3	5	-	21	41
25.-26.	3.-4.	Alžběta Brothánková	3. ZMPB	5	4	2	2	4	-	17	40
		Matěj Šrámek	3. ZMNK	5	5	-	5	5	-	20	40
27.-28.	1.	Jakub Kvapil	2. GZHP	5	5	4	5	-	-	19	37
	10.	Antonín Stein	5. ZVEB	5	3	-	5	4	-	17	37
29.	8.	Josef Řehoř	4. ZMBP	5	5	-	5	5	-	20	36
30.-31.	7.-8.	Elias Raffaele Addamo	6. NPRG	5	5	1	3	0	-	14	35
		Mariana Školařová	6. ZSBR	5	3	-	3	5	-	16	35
32.-33.	5.	Jiří Ječmínek	3. ZSHB	5	5	-	5	4	-	19	34
	9.	Václav Schaffer	4. ZDNV	5	5	2	2	4	-	18	34
34.-35.	10.	Šimon Korvas	4. ZHEU	5	5	5	3	5	-	23	33
	11.	Jan Svoboda	5. ZBRE	-	2	-	5	4	-	11	33
36.-37.	11.	Jakub Kapoun	4. ZHCE	5	2	2	3	3	-	15	32
	9.	Justyna Eliášová	6. GMOV	2	4	1	3	0	-	10	32
38.	10.	Sofia Votrubová	6. ZDBN	5	3	1	3	0	-	12	31
39.-40.	1.	Tereza Hübschová	1. ZVOP	5	4	-	2	-	-	11	30
	12.	Adam Dovica	5. ZZVP	5	3	-	5	3	-	16	30
41.	6.	Josef Blažek	3. ZKHP	4	5	-	5	-	-	14	29
42.	2.	Johana Vojtíšková	2. ZNCP	5	5	3	-	-	-	13	28

Pikomat MFF UK, 40. ročník, 1. série

<i>Celkově</i>	<i>V roč.</i>	<i>Jméno a příjmení</i>	<i>Roč. a škola</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>P</i>	<i>σ</i>	<i>Σ</i>
43.-44.	12.-13.	Filip Federič	4. ZLTP	2	4	-	5	-	-	11	26
		Jakub Janota	4. ZPOH	5	3	-	2	-	-	10	26
45.-53.	7.	Dora Nováková	3. ZMKP	-	-	-	-	-	-	0	25
	14.-15.	Anežka Dvořáková	4. ZSKP	-	-	-	-	-	-	0	25
		Daniel Podruh	4. ZHEU	-	-	-	-	-	-	0	25
	13.-15.	Šarlota Bouchnerová	5. ZGKK	-	-	-	-	-	-	0	25
		Tereza Feldbabelová	5. ZJEM	-	-	-	-	-	-	0	25
		Anna Menšíková	5. ZBJP	-	-	-	-	-	-	0	25
	11.-13.	Evelína M. Sláviková	6. PORG	-	-	-	-	-	-	0	25
		Karolína Tarant	6. NPRG	-	-	-	-	-	-	0	25
		Adam Wintř	6. NPRG	-	-	-	-	-	-	0	25
54.-56.	1.	Kryštof Škudrna	0. GMSP	-	-	-	-	-	-	0	23
	16.	František Hejda	4. ZNCP	-	-	-	-	-	-	0	23
	16.	Matyáš Salva	5. ZKRB	-	-	-	-	-	-	0	23
57.-60.	17.-18.	Zuzana Houfková	4. ZCHP	-	5	-	-	-	-	5	22
		Sofie Ručková	4. ZPOH	-	-	-	-	-	-	0	22
	17.-18.	Alžběta Machova	5. ZHCE	5	1	2	2	1	-	11	22
		Filip Šámal	5. ZHUL	5	3	4	5	5	-	22	22
61.-62.	19.	Jakub Helis	4. ZPOH	5	3	3	5	5	-	21	21
	14.	Zbyněk Míka	6. GJPP	5	4	4	3	5	-	21	21
63.	20.	Eliška Bumanová	4. ZPOH	-	-	-	-	-	-	0	20
64.-66.	21.-22.	Jáchym Sládek	4. ZCVP	5	2	3	4	5	-	19	19
		Matěj Trčka	4. ZESP	2	2	-	-	-	-	4	19
	15.	Antonín Veselý	6. ZSUC	-	-	-	-	-	-	0	19
67.-68.	23.	Anežka Vaňková	4. ZPOH	-	-	-	-	-	-	0	18
	19.	Helena Ruth Collis	5. ZCUP	5	3	-	5	5	-	18	18
69.-70.	24.	Václav Šafařík	4. ZVHP	-	-	-	-	-	-	0	16
	16.	Patrik Nedvěd	6. ZSTD	-	-	-	-	-	-	0	16
71.	25.	Vojtěch Konopásek	4. ZBVP	5	-	-	5	5	-	15	15
72.-73.	8.	Albert Chmelina	3. ZMEB	-	-	-	4	-	-	4	14
	17.	Tadeáš Leština	6. GRCB	5	-	2	3	4	-	14	14
74.	18.	Tereza Valentova	6. GRCB	5	4	-	2	1	-	12	12
75.-77.	19.-21.	Konrád Matyáš Král	6. GPCT	5	4	-	2	-	-	11	11
		Thien Dinh Pham	6. GPCT	5	5	-	1	0	-	11	11
		Jana Rybecká	6. GRCB	4	3	1	2	1	-	11	11
78.-82.	2.	Jonáš Kaděra	1. ZPOH	-	-	-	-	-	-	0	10
	9.	Petr Vaněček	3. ZBUP	-	-	-	-	-	-	0	10
	26.-27.	Klára Posch	4. ZMRI	-	-	-	-	-	-	0	10
		Veronika Sladka	4. ZPOH	-	-	-	-	-	-	0	10
	22.	Yelyzaveta Kolenkova	6. GRCB	4	3	1	2	0	-	10	10
83.-84.	23.-24.	Natalie Hamerníková	6. GRCB	4	2	1	2	-	-	9	9
		Dominik Holtan	6. GMSP	5	-	-	-	4	-	9	9
85.	25.	Jakub Sobotík	6. GRCB	5	2	-	1	-	-	8	8
86.	10.	Vojtěch Stein	3. ZVEB	-	2	-	-	-	-	2	7
87.	11.	Ondřej Planeta	3. ZHAL	-	-	-	-	-	-	0	6
88.	12.	Cyril Honzl	3. ZNIP	5	-	-	-	-	-	5	5