

PIKOMAT MFF UK

Milé řešitelky, milí řešitelé,

rádi bychom vás přivítali na začátku v pořadí čtvrtého, označením čtyřicátého druhého, ročníku Pikomatu Junior, který přináší několik novinek. Na začátku první série bude **Vzorovou úlohu**, kde vám ukážeme, jak vyřešit takovou úlohu a co od vás opravovatelé očekávají. Za vzorovou úlohu nebudou body, ale můžete si ji zkusit vyřešit sami než se podíváte na řešení a vydáte se na ostatní úlohy. Úlohy nemusíte vyřešit všechny a můžete se o jejich řešení poradit se sourozenci či rodiči. **Finální řešení však musíte sepsat sami.**

Jak řešit

Zadané příklady vyřešíte a sepišete nám svůj postup, tedy jak jste k danému výsledku přišli, a vše nám s případnou pomocí rodičů odešlete. My vám vaše řešení opravíme a ohodnotíme a s komentářem pošleme zpět.

Přihlášení

Pokud chcete být řešitelem Pikomatu Junior, musíte se přihlásit na adrese <https://pikomat.mff.cuni.cz/prihlaska/>. **Tuto přihlášku je potřeba vyplnit, i když budete posílat svá řešení poštou.** Při vyplnění přihlášky nám dáváte souhlas se zpracováním osobních údajů. I když jste řešili Pikomat loni, musíte přihlášku vyplnit znovu. Když se předtím na stránkách přihlásíte, většina polí přihlášky se vám automaticky předvyplní podle údajů z loňska. Při-

hlášení je společné pro Pikomat i Pikomat Junior, tudíž pokud řešíte obojí, vyplňte přihlášku pouze jednou.



Přihláška



Pravidla

Bodování

Za každý příklad můžete získat 0 až 5 bodů. Nehodnotíme přitom pouze správnost výsledku, ale i samotný postup a snahu. I za špatné či neúplné řešení tak můžete nějaké body obdržet. Důležité je pokusit se a nebát se poslat nedokončené řešení. Plný počet bodů dostanete za správný výsledek se správným postupem. O tom, jak řešení sepsat, včetně pravidel, návodu pro rodiče i učitele, se dočtete zde: <https://pikomat.mff.cuni.cz/junior>.

Sedmero PIKOMATu Junior

1. Postup u řešení nikdy nesmí chybět.
2. I něco je lepší než nic.
3. Každý krok se počítá.
4. Obrázky vše zpřehlední.
5. Musí platit pro všechny případy.
6. Ať je to srozumitelné.
7. Tak, teď si vše zkontroluj!

Jak odevzdávat svá řešení?

Nebojte se požádat o pomoc s odevzdáním rodiče nebo svého učitele. Existují dva způsoby, jak řešení odeslat – elektronicky a poštou – z nichž preferujeme odevzdávání elektronicky. Řešení poslaná e-mailem nepřijímáme.

Jak odevzdávat řešení elektronicky? Řešení sepište na počítači nebo na papíře. Ručně psaná řešení pak naskenujte a uložte ve formátu PDF. Řešení sepsaná na počítači také uložte ve formátu PDF. Každý příklad uložte do samostatného souboru. Soubory odevzdávejte do systému na našich stránkách (Tep).

Jak odevzdávat řešení poštou? Pokud chcete odevzdávat svá řešení poštou, napište na každý list příkladu své jméno, příjmení a číslo úlohy. Řešení na více listech sepněte kancelářskou sponkou nebo sešívačkou. Nikdy nepište více úloh na jeden papír. Řešení odešlete na adresu uvedenou dále v textu. My pak papírová řešení naskenujeme a vrátíme vám je v elektronické formě.

Řešení odesílejte nejpozději v den odeslání. Později už nelze vaše řešení nahrát.

Řekni o nás kamarádům!

Pokud vás Pikomat Junior baví, řekněte o něm svým kamarádům. Když vyplní do přihlášky, že jste jim o Pikomatu řekli právě vy, a zapojí se alespoň ve dvou sériích, dostanete od nás věcnou odměnu. Čím víc kamarádů, tím víc odměn.

Soutěž rodin

V letošním roce budeme v rámci Pikomatu i Pikomatu Junior soutěžit znova o nejúspěšnější rodinu. Jedná se o soutěž skupin. Skupinou jsou alespoň dva řešitelé splňující podmínky, kteří jsou propojení pod jedním rodičovským účtem. Budeme počítat celkový počet bodů všech sourozenců v rodině, kteří se zapojením budou souhlasit. Podmínky pro účast jsou následující:

1. Všichni řešitelé v jedné skupině musí být buď vlastní sourozenci nebo bydlet na stejné adrese.
2. Každý z řešitelů Pikomatu Junior musí mít své řešení psané rukou.
3. Řešení úloh musí každý ze sourozenců sepsat samostatně.

4. Vyhocnocení probíhá $2 \times$ za školní rok po třetí, respektive šesté sérii.

Pro více informací navštivte <https://pikomat.mff.cuni.cz/rodiny>.

Podzimní soustředění a Pikoúterý

Mimo řešení matematických úloh vás zveme na soustředění pikomatu junior, které letos proběhne od 29. října do 1. Listopadu v Praze na skaustké základně křížek. Letos se koná v průběhu podzimních prázdnin, takže se můžete těšit na ještě více her, zábavy s přáteli, přednášek a samozřejmě matematiky. Pro podrobnosti nezapomeňte sledovat naše stránky.

Zároveň vás od října opět rádi uvidíme na pravidelných Pikoúterých, kde se můžete dozvědět něco nového o kráse matematiky nebo si zahrát deskové hry. Sledujte naše stránky, kde najdete termíny a další podrobnosti.

Adresa a kontakty

Pro více informací navštivte náš web a pokud byste se chtěli na cokoli zeptat, napište nám na e-mail pikomat@mff.cuni.cz. Poštovní adresa je:

Pikomat
KPMS MFF UK
Sokolovská 83
186 75 Praha 8

Těšíme se na řešení od vás! Na viděnou,

Vaši organizátoři

amsmath

Zadání příkladů 1. série 42. ročníku Pikomatu Junior

Termín odeslání: ?19.? října 2026



_____Odevzdej přes QR kód_____

Příklad č. 1: *Doplňte chybějící čísla, aby platily rovnosti*

4 + = 10											
				×							
				× 6 =							
=								×			
8 - = 6				+ 3 =							
				+							
				1							
				=							
2 - 9 + =											
				÷				=			
				3							
				=							
				- 4 =							
				+				+			
				+ 6 =							
								=			
								15			

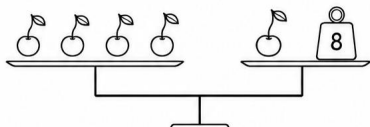
				× 6 =							
+								7			
2								+			
=								=			
3 + + = 13											
				×				×			
				2				5			
				=				=			
2 + + = 25											
				×							
								() ²			

V této úloze stačí výsledek. A políčka která nevíte nemusíte vyplňovat, například ()².

Příklad č. 2:

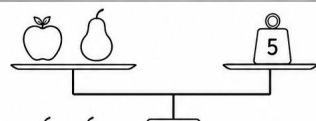
Všechny váhy jsou v rovnováze. Čísla na závažích udávají hmotnost v kilogramech. Určete, kolik váží jednotlivé obrázky.

a)

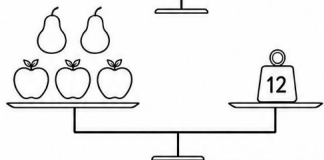


$$\text{cherry} = ?$$

b)



$$\text{apple} = ?$$

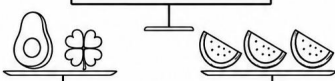


$$\text{pear} = ?$$

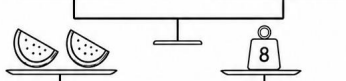
c)



$$\text{clover} = ?$$



$$\text{watermelon slice} = ?$$

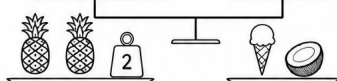


$$\text{avocado} = ?$$

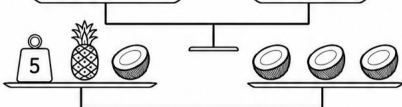
d)



$$\text{pineapple} = ?$$



$$\text{coconut} = ?$$



$$\text{ice cream cone} = ?$$

V této úloze chceme výsledek, odpověď větou i postup (nejraději soustavou rovnic).

Příklad č. 3: Kdo má papouška?

Na soustředění jsou organizátoři Terka, Lucka, Viťas, Fanda a Noel. Každý má jiné tričko, jinou věc, jiné zvířátko a jinou svačinu.

Trička: růžové, žluté, červené, modré, zelené.

Věci: kostky, kytara, karty, šachy, frisbee.

Zvířátka: kočka, pes, želva, králík, papoušek.

Svačiny: jablko, rohlík, banán, sušenka, hruška.

Nápovědy:

- 1. Fanda má modré tričko.*
- 2. Ten, kdo má karty, jí banán.*
- 3. Noel má zelené tričko.*
- 4. Kočku má ten, kdo jí jablko.*
- 5. Ten, kdo má červené tričko, má karty.*
- 6. Terka má růžové tričko.*
- 7. Ten, kdo má šachy, nejí hrušku ani rohlík.*
- 8. Králíka má ten, kdo má šachy.*
- 9. Frisbee má ten, kdo má zelené tričko.*
- 10. Ten, kdo má žluté tričko, má kytaru.*
- 11. Viťas má červené tričko.*
- 12. Želvu má ten, kdo jí banán.*
- 13. Ten, kdo má modré tričko, má šachy.*
- 14. Ten, kdo má kostky, jí jablko.*
- 15. Pes není u zeleného trička.*
- 16. Ten, kdo má psa, jí rohlík.*

Zjistěte, kdo má papouška.

V této úloze nestačí jen výsledek. Napište také postup: z čeho postupně vyplynulo, kdo má jaké tričko, věc, svačinu a zvířátko.

Příklad č. 4: Základy kombinatoriky

Doplňovací úloha je delší část textu, který máte pochopit a na správná místa doplnit vynechané části. Pokud chcete k něčemu psát postup, budeme to hodnotit pozitivně, ale v principu žádný postup není nutný.

V této doplňovací úloze si projdeme základy kombinatoriky.

Představme si, že máme 3 kšiltovky. Celkem tedy máme 3 možnosti, jak si vybrat kšiltovku.

Když si koupíme ještě další 3 kšiltovky, změní se počet možností na

Jestliže si ale ke třem kšiltovkám navíc koupíme 3 trička, budeme mít celkem možností, jak si vybrat tričko a kšiltovku. Máme totiž možnosti výběru trička a ke každému tričku ještě možnosti výběru kšiltovky.

Mohlo by nás také zajímat, kolika způsoby můžeme postavit do řady čtyři děti: Aničku, Bětku, Cecilku a Dana.

Na první místo můžeme vybrat libovolné dítě, tedy vybíráme ze možností. Ať už vybereme kohokoli, na druhé místo nám zbývají možnosti.

Na třetí pozici máme možnosti a poslední místo je již jednoznačně určeno.

Dohromady tedy máme možností uspořádání.

S podobnými součiny se budeme setkávat často, a proto si zavedeme speciální značení.

Součin $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$ zapisujeme jako $n!$ a čteme jej „ n faktoriál“, tedy $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$.

Všimněme si, že číslo $n!$ odpovídá přesně počtu způsobů, kolika můžeme n různých věcí seřadit.

Spočítejte:

$$5! = \dots\dots\dots$$

$$3! = \dots\dots\dots$$

$$5!:3! = \dots\dots\dots : \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

Zamyslíme se ještě nad jednou situací. Máme 3 červené a 2 modré kuličky a kuličky stejné barvy od sebe nerozeznáváme. Zajímá nás, kolika způsoby je můžeme seřadit do řady.

Kdybychom od sebe uměli rozlišit libovolné dvě kuličky, například bychom si kuličky očíslovali, mohli bychom je uspořádat celkem způsoby.

Ve skutečnosti však nerozeznáváme jednotlivé červené ani jednotlivé modré kuličky. Pokud mezi sebou prohodíme dvě červené kuličky, vznikne stejné uspořádání. Totéž platí i pro modré kuličky.

Například uspořádání

$\check{C}_1, \check{C}_2, M_1, \check{C}_3, M_2$

a

$\check{C}_2, \check{C}_1, M_1, \check{C}_3, M_2$

jsou z hlediska barev vlastně stejná, protože jsme jen prohodili dvě červené kuličky mezi sebou.

Každé uspořádání jsme tedy započítali vícekrát.

Modré kuličky můžeme mezi sebou přerovnat způsoby.

Červené kuličky můžeme mezi sebou přerovnat způsoby.

Takže dohromady je tedy celkem · způsobů, jak zvlášť seřadit 3 červené a 2 modré kuličky mezi sebou.

Každé uspořádání jsme tedy započítali celkem krát a počet možností, jak seřadit 3 červené a 2 modré kuličky, je tedy

$$\dots\dots\dots : (\dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$$

Všimněme si, že seřadit 3 červené a 2 modré kuličky do řady, když nerozlišujeme kuličky stejné barvy, je vlastně totéž jako vybrat z pozic v řadě pozice, na kterých bude červená kulička.

A to je více / stejně / méně možností ve srovnání s výběrem pozic, na kterých bude modrá kulička.

Číslům vyjadřujícím přesně tyto počty říkáme kombinační čísla. Konkrétně počet způsobů, kolika lze vybrat k věcí z n , zapisujeme $\binom{n}{k}$ a čteme n nad k .

Stručně se to zapisuje:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Pro ty kdo neznají zlomky to je to stejné jako $\binom{n}{k} = n! : (k! \cdot (n-k)!)$

Tento vzoreček shrnuje celou kapitolu, proto si ho zopakujeme na dalších příkladech.

Pro opakování spočítejte:

Kolik je

$$\binom{6}{5} = \dots\dots\dots$$

Kolika způsoby můžeme 6 dětí rozdělit do dvou týmů po 3 dětech? (Na názvech týmů nezáleží.)

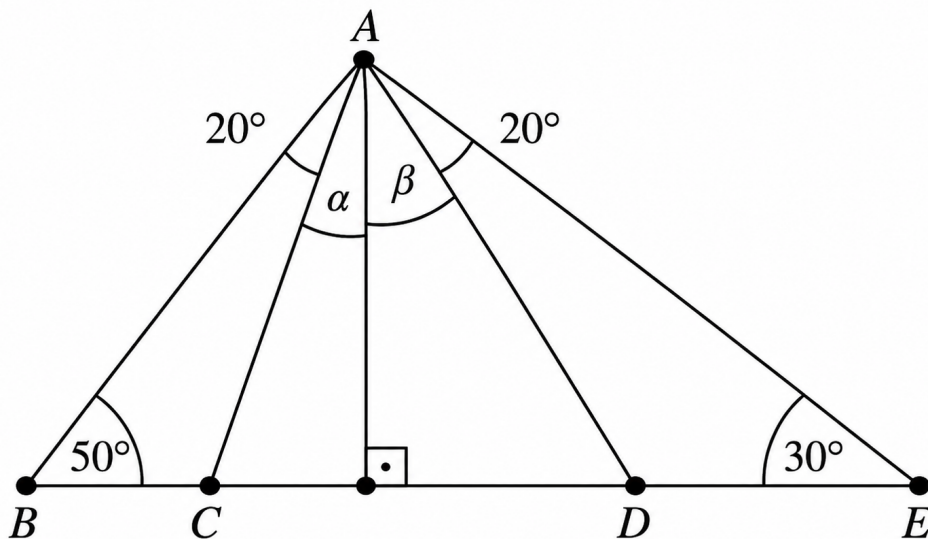
.....

Kolika způsoby můžeme sedm dětí rozdělit na dvě skupiny po 3 a 4 dětech?

.....

Příklad č. 5:

Určete velikost úhlů alfa (α) a beta (β), pokud víme, že součet úhlů v trojúhelníku je vždy 180° .



V této úloze chceme řešení i postup.