

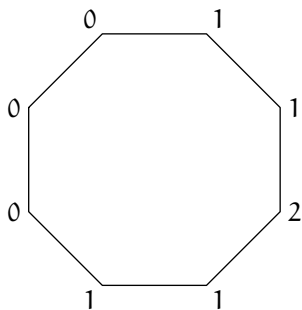
Zadání úloh 6. série 41. ročníku

Termín odeslání: 4. května 2026

Původní obyvatelstvo dorazilo do Ameriky přibližně před pětadvaceti tisíci lety z Asie, konkrétně přes zamrzlý Beringův průliv. Z Aljašky se pak rozmístilo po takřka celém kontinentu. Osídlení Evropany se Amerika ovšem dočkala až o mnoho tisíciletí později. Ačkoli je za objevitele nového kontinentu považován Kryštof Kolumbus, ve skutečnosti ho o několik století dokázali předběhnout Vikingové, kteří na území dnešního Newfoundlandu zakotvili už v jedenáctém století našeho letopočtu.

Úloha č. 1: *Koko se rozhodla, že si čekání na příjezd kolonizátorů zkrátí hrou. Vzala si klasickou šestistěnnou hrací kostku a třikrát náhodně vybrala nějakou stěnu a smazala z ní jeden puntík. Celkem tedy smazala tři puntíky. Jaká hodnota jí bude průměrně padat při hodech touto kostkou?*

Jako první získaly nezávislost na evropských mocnostech Spojené státy americké roku 1783. Oproti dnešku však zabíraly relativně malé území na východě kontinentu. V následujících desítkách let se však jejich území značně rozšířilo.



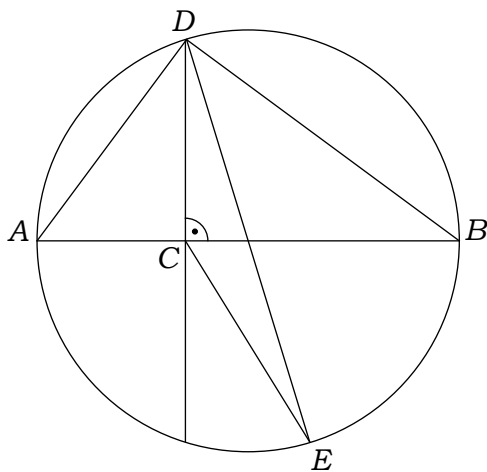
Obr. 1

Úloha č. 2: *Noel má pravidelný osmiúhelník s čísla napsanými na vrcholech jako na obrázku 1. Noel je perfekcionista a chce mít na každém vrcholu stejné číslo. Jedíný způsob, jakým může Noel změnit čísla na vrcholech, je, že vybere dva sousední vrcholy a k oběma přičte jedničku. Může se to Noelovi povést? Dobře odůvodněte svůj výsledek, proč se mu to může, či nemůže povést.*

V Utahu je les jako žádný jiný. Tento les se skládá z 47000 topolů, které sdílí stejné kořeny a jsou geneticky stejné. Jedná se o největší žijící organismus na světě.

Úloha č. 3: Jack a James hrají hru. Jack si vezme kartičky s čísly 3, 5, 6, 7 a 9 a tajně si je v nějakém pořadí označí písmeny a, b, c, d, e. Poté si na papír napíše výsledky následujících pěti součtů: $a + b$, $b + c$, $c + d$, $d + e$, $e + a$. Jack poté Jamesovi prozradí, že když si výsledky na papíře seřadí podle velikosti, budou tvořit aritmetickou posloupnost. Pomozte Jamesovi určit hodnotu prostředního členu oné aritmetické posloupnosti.

Vlajka USA měla původně pouze 13 hvězd jako počet států, které ji tvořily. Pokaždé, když se přidal nový, ji museli změnit, aby počet hvězd opět seděl. Takových vlajek se prostrídalo 27, než skončili u padesáti hvězd, které známe dnes.



Obr. 2

Úloha č. 4: Kanadany už přestalo bavit mít na vlajce javorový list, a tak se rozhodli pro více abstraktní obrazec 2. Sestaví se tak, že narýsujete doprostřed vlajky kružnici k . Na té si vyznačíte protilehlé body A a B, které spojíte a vyznačíte tak průměr kružnice k . Dále si vyznačíte bod C ležící na úsečce AB tak, že platí $2|AC| = |CB|$. Nakonec si vyznačíte body D a E tak, že D leží na jednom z průsečíků kolmice na AB v bodě C s kružnicí k a DE je průměr kružnice k . Jaký je poměr obsahu trojúhelníku CDE k trojúhelníku ABD?

Dne 10. července 1913 byla v Death Valley naměřena jedna z nejvyšších teplot na světě, a to neuvěřitelných 56,7 °C.

Úloha č. 5: *Tři kamarádi, Maty, Štěpán a Dan, si hodili kostkou a každý se podíval jen na svoje číslo. Poté přišla Luisa a zeptala se jich: „hodili jste dohromady alespoň 15?“ Maty odpověděl „nevím“ a Štěpán pak totéž. Dan na to ale zareagoval, že určitě hodili alespoň 12. Po této informaci Maty zase odpověděl, že neví, a to stejně odpověděl i Štěpán, a Maty znovu dodal, že stále neví. Když to však dořekl, Štěpán nadšeně vykřikl, že se jim podařilo hodit alespoň 15. Kolik kdo hodil, pokud všichni říkali pravdu?*

V druhé polovině 18. století pomohla Francouzská šlechta Americe se osamostatnit od Britské nadvlády. Což o pár desetiletí později motivovalo Francouzskou revoluci, při které byla tato šlechta svržena.

Úloha č. 6: *Na tabuli jsou napsána po řadě čísla 0 1 2 3 ... 19. George a Charles mají fixu a hrají následující hru. Hráč na tahu vybere dvě po sobě jdoucí čísla, mezi kterými zatím není nic napsáno, a napíše mezi ně buďto mínus, nebo plus. Oba hráči se střídají v tazích, Charles začíná. Cíl Charlese je, aby výsledek dával po dělení třemi zbytek 0 (což je například -3 , -12 nebo 21). Cíl George je, aby výsledek dělit třemi beze zbytku nešlo. Oba z nich hrají nejlépe, co to jde. Kdo z nich má vyhrávající strategii? Tuto strategii dobře popište.*

V obci Rabbit Hash ve státě Kentucky v USA se na post starosty volí pes. Od roku 2024 je místním starostou Boone, modrý mývalí pes.

Úloha č. 7: *Booneovi psi kamarádi na oslavu upekli obdélníkový koláč. Chtěli by koláč rozřezat na obdélníkové dílky pomocí rovných řezů vždy přes celý koláč (nelze koláč řezat na patra, na to je moc placatý). Přitom Boone dostane všechny vnitřní dílky, zatímco jeho kamarádi si mezi sebe rozdělí dílky, co jsou na okraji koláče. Každý pes nakonec dostal stejný počet dílků (jak Boone, tak jeho kamarádi). Určete všechny možnosti, kolik psů se o dort mohlo takto spravedlivě podělit. Pro každou velikost skupiny určete jedno rozkrájení koláče (počet svislých a počet vodorovných řezů). Ukažte, proč pro jiné velikosti skupiny vhodné rozkrájení koláče neexistuje.*