SÉRIE 1

- Sestrojte trojúhelník ABC, jestliže znáte délku jeho dvou stran ($a = 5cm$, $b = 7cm$) a poloměr kružnice jemu opsané ($r = 6cm$).
- Mějme (uspořádanou) trojici čísel a, b, c. Po jednom kroku se trojice změní na $b + c$, $a + c$, $a + b$. Pokud na začátku máme trojici 1, 3, 5, jaký bude rozdíl druhé mínus první číslo trojice po 999 krocích?
- Bláznivý šachový kůň si skáče náhodně po šachovnici 4×4. Může oběhat všechna políčka, aniž by se na některém vyskytl dvakrát?

SÉRIE 2

- Najděte nejmenší n takové, že čísla 1 až n lze napsat v nějakém pořadí za sebou na papír tak, aby vzniknul palindrom. (Např. čísla 729, 5, 75 a 2 tvoří ve správném pořadí palindrom: 5729275.)
- Hugo a Květa hrají hru. Střídavě říkají čísla mezi 1 a 22 (včetně). Nejprve řekne číslo Hugo libovolně. Každé další řečené číslo musí být různé od všech předchozích a navíc vždy dvě poslední čísla musí v součtu dávat druhou mocninu nějakého přirozeného čísla. Ten, kdo nemůže říct nic, prohraje. Má někdo z těch dvou vyhrávající strategii? Jestli ano, kdo a jakou?
- Použitím množství pythagorových vět najděte vzorec pro obsah trojúhelníku, když známe jeho tři strany.

SÉRIE 3

- Sestrojte trojúhelník ABC, jestliže znáte délku jeho strany ($|BC| = 10cm$), velikost vnitřního úhlu ($|\angle ABC| = 20°$) a poloměr kružnice trojúhelníku opsané ($r = 6cm$).

- Najděte trojciferná čísla *aab*, *ccd*, *bbd*, kde a, b, c, d jsou navzájem různé cifry, přičemž platí:

$$aab + ccd = 1000$$

$$aab - ccd = bbd + 1.$$

- Petr a Jitka hrají následující hru. Z hromady kamenů berou střídavě kameny tak, že každý smí vzít najednou nejvíce sedm kamenů. Žádný hráč nesmí vzít stejný počet kamenů jako jeho protihráč v předchozím tahu. Prohrává ten, kdo již nemá tah. Kolik kamenů musí vzít Petr z hromady 20 kamenů, jestliže začíná a chce vyhrát? (Řešení tohohle příkladu nemáme, ale vy ho určitě vymyslíte:).)

SÉRIE 4

- Karel počítá známky přesně v půlce si udělá přestávku a napíše si na papír průběžný výsledek. Pak přijde správné trojciferné číslo přečte odzadu, čímž dostane menší trojciferné číslo a počítá dál. Vyjde mu, že má 746 známek. Kolik známek může mít ve skutečnosti?

- V oboru celých čísel řešte rovnici $x^2 + y^2 = xy + 2x$.

- Na louce jsou sloupky v pravidelném trojúhelníkovém uspořádání, tak, že každá souřadnice je ve tvaru $A + \omega B$, kde A, B jsou celá čísla a $\omega = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$. Jaká je největší vzdálenost od nejbližšího sloupku, kam může frisbee dopadnout? (Frisbee považujte za bod. Trojúhelníková síť je nekonečná.)

SÉRIE 5

- Po obvodu kruhu jsou napsána čísla 1, 2 a 3. Mezi každá dvě sousední čísla zapíšeme jejich součet, získáme tak šest čísel (1, 3, 2, 5, 3, 4). Pokud tento postup zopakujeme ještě čtyřikrát, získáme celkem 96 čísel zapsaných po obvodu. Jaký je součet všech těchto čísel?
- Dokažte, že je možné najít 1000 po sobě jdoucích přirozených čísel, která jsou všechna složená.
- V pravoúhlém rovnoramenném trojúhelníku ABC najděte bod X takový, že cesty $ABXCA$ a $AXBCA$ a $ABCXA$ jsou stejně dlouhé.

SÉRIE 6

- Nad stranami rovnoramenného trojúhelníka s odvěsnami délky $4cm$ jsou zvnějšku sestrojeny čtverce. Vypočtěte obvod trojúhelníku, jehož vrcholy jsou středy těchto čtverců.
- Právě dva dělitelé čísla $3^{32} - 1$ jsou současně větší než 75 a menší než 85. Jaký je jejich součin?
- Sestrojte pomocí pravítka, kružítka a provázku trojúhelník ABC, znáte-li jeho obvod, poloměr kružnice vepsané a výšku na stranu a.

SÉRIE 7

- Na trati z Kocourkova do Lhoty se zvýšil počet zastávek. Na trati se tak dalo koupit o 46 více různých jízdenek než původně (jízdenka je dána místem odjezdu a příjezdu; lze jet z libovolné stanice do libovolné jiné). Kolik stanic bylo na trati původně a kolik je nyní?

- V rovině je množina 90 bodů M, žádné tři neleží na jedné přímce. Každý bod je spojen úsečkou s právě deseti dalšími body. Dokažte, že pro každý bod $A \in M$ lze vybrat tři body $P, Q, R \in M$ tak, že ve čtveřici A, P, Q, R je každý bod spojen úsečkou aspoň se dvěma dalšími body čtveřice.

- 1. Je 5 domů v 5 rozdílných barvách.
  2. V každém domě žije osoba rozdílné národnosti.
  3. Těchto 5 obyvatel pije svůj nápoj, kouří svoje cigarety a chová zvířata.
  4. Nikdo nepije to co ostatní, nekouří co ostatní a nechová to co ostatní.
  5. Angličan žije v červeném domě.
  6. Švéd chová psy.
  7. Dán pije čaj.
  8. Zelený dům je hned nalevo od bílého.
  9. Obyvatel zeleného domu pije kávu.
  10. Ten, co kouří Pall Mall, chová ptáky.
  11. Obyvatel žlutého domu kouří Dunhill.
  12. Ten, co žije ve středním domě, pije mléko.
  13. Nor žije v prvním domě.
  14. Ten, co kouří Blend, žije vedle toho, co chová kočky.
  15. Ten, co chová koně, žije vedle toho, co kouří Dunhill.
  16. Ten, co kouří Blue Master, pije pivo.
  17. Němec kouří Prince.
  18. Nor žije vedle modrého domu.
  19. Ten, co kouří Blend, má souseda, který pije vodu.

  Kdo chová ryby?

SÉRIE 8

- Obdélník $1 \times 5cm$ rozdělte na devět dílů tak, aby se z nich dal sestavit čtverec.
- Statistika zahrnuje 42 lidí. U 28 je známo telefonní číslo, u 10 bydliště a u pěti se předpokládá zájem o výrobek. O kolika lidech lze nejvýše říct, že o nich víme oba údaje a nemají zájem, pokud u každého známe buď telefonní číslo, nebo bydliště, nebo předpokládáme, že má zájem.
- Danovo číslo má děvět číslic, z nichž 5 je stejných a zbylé čtyři navzájem různé. Také víme, že je dělitelné třemi a že začíná na sedmičku. Číslo někde obsahuje šestku. Pokud Danovi řekneme všech devět číslic v jakémkoli pořadí, prozradí nám své číslo. Kolikrát musíme nejvýše hádat?

SÉRIE 9

- Mějme posloupnost přirozených čísel, jejichž první člen je 2013, a každý další člen je součtem druhých mocnin číslic předchozího členu. Určete 2013. člen této posloupnosti.
- Některé z 11 krabic obsahují po osmi menších krabicích a některé z těchto menších krabic obsahují po osmi ještě menších prázdných krabicích. Kolik je celkem krabic, je-li prázdných krabic 102?
- Zjistěte, která čísla menší než 20 dělí číslo

$$967192633850202599549348615842451986855.$$

SÉRIE 10

- Může mít přirozeněčíselná mocnina dvojky ve svém dekadickém zápisu stejný počet jedniček, dvojek, trojek,..., devítek?
- Existuje trojúhelník, jehož dvě výšky jsou delší než $1m$ a jehož obsah je menší než $1cm^2$?

SÉRIE 11

- Součin věků mých dětí je 1664. Věk nejmladšího je roven polovině věku nejstaršího. Kolik mám dětí? (Všechny věky jsou přirozená čísla.)

- Podél pole vede přímá cesta, po níž přibíháme. Borec se chce dostat co nejrychleji na místo vzdálené 100 metrů od cesty. Zatím je od místa ve vzdálenosti větší než jeden kilometr. Po poli běží rychlostí $2m/s$, po silnici $3m/s$. Jakou vzdálenost má borec uběhnout polem, pokud chce, aby čas byl co nejkratší?