Úloha 1. Kvádr s délkami hran 1, a, $2a$ má povrch 54. Najděte hodnotu čísla a.

Úloha 2. Pomocí právě tří osmiček a libovolných ze symbolů $+, -, *, /, \sqrt{\ }$ vytvořte číslo 3. Jeden symbol můžete použít i víckrát.

Úloha 3. Nalezněte všechny dvojice reálných čísel (a, b) takové, že čísla 10, a, b, ab tvoří v tomto pořadí aritmetickou posloupnost.

Úloha 4. Mějme krychli a uvažujme všechny trojúhelníky s vrcholy ve vrcholech krychle. Kolik různých vnitřních úhlů se v těchto trojúhelnících objeví?

Úloha 5. Blecha skáče po mřížových bodech čtverečkové sítě. Každým skokem se dostane o jeden mřížový bod výš, níž, doprava nebo doleva. Začne skákat z bodu $(0, 0)$. Do kolika mřížových bodů se může dostat přesně po deseti skocích?

Úloha 6. Kolik existuje tříprvkových podmnožin množiny $\{1, 2, \dots, 20\}$ takových, že součin jejich prvků je dělitelný čtyřmi?

Úloha 7. V aritmetické posloupnosti $a_1, a_2, \dots, a_{47}$ je součet členů s lichými indexy rovný 1272. Zjistěte součet všech členů této posloupnosti.

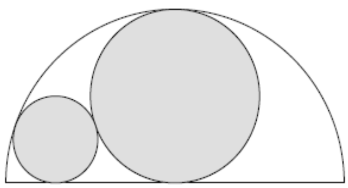
Úloha 8. V lichoběžníku $ABCD$ (se základnami AB a CD) platí $2|\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle CDA|$. Dále víme, že $|CD| = 3$ cm a $|DA| = 5$ cm. Zjistěte velikost úsečky AB.

Úloha 9. Tři planety K, A a G obíhají kolem hvězdy N po soustředných kružnicových dráhách (společný střed kružnic je hvězda N). Pohybují se konstantní rychlostí a mají různé periody oběhu: 60, 84 a 140 roků. Jednou se stalo, že tyto tři planety spolu s hvězdou N ležely na jedné přímce. Kolik nejméně roků musí uplynout, aby K, A, G a N znovu ležely na jedné přímce?

Úloha 10. Monča se v jednom svém snu ocitla v jedné zapadlé rovině. Nacházela se v bodě se souřadnicemi $[-30, 11]$ a vydala sa po přímce až do bodu $[9, -40]$. Kolik mřížových bodů (mřížový bod je takový, který má obě souřadnice celočíselné) cestou navštívila? Započítejte i počáteční a koncový bod.

Úloha 11. Miloš má svoje oblíbené přirozené číslo. Víme, že je to nejmenší přirozené číslo m takové, že čísla m, $m + 1$ mají obě ciferný součet dělitelný číslem 14. Najděte Milošovo oblíbené číslo.

Úloha 12. Mějme půlkruh s poloměrem 1. Do něho vepíšeme největší kruh, jaký se vejde, a vybarvíme ho šedě. Potom do nešedého zbytku půlkruhu vepíšeme největší kruh, jaký se vejde, tak, aby průnik s šedým kruhem byl nanejvýš jednobodový. Jaký poloměr má malý kruh?



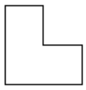
Úloha 13. Kolika způsoby můžeme z 12 různých hráčů sestavit tři týmy po čtyřech hráčích?

Úloha 14. Vyčíslete výraz $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots + 2009^2 - 2010^2$.

Úloha 15. Auto jede z kopce rychlostí 72 km/h, po rovině rychlostí 63 km/h a do kopce rychlostí 56 km/h. Cesta z města A do města B trvá 4 hodiny. Zpáteční cesta trvá 4 hodiny a 40 minut. Jaká je vzdálenost po cestě mezi městy A a B?

Úloha 16. Do políček tabulky 5×5 jsou po řádcích (a v rámci řádku zleva doprava) vepsána čísla $1, 2, \dots, 25$ v tomto pořadí. Vybereme pět políček tak, aby žádná dvě nebyla ve stejném řádku ani ve stejném sloupci, a čísla na těchto políčkách sečteme. Jaké hodnoty součtu můžeme tímto způsobem dostat?

Úloha 17. Slepíme tři stejně velké čtverce do tvaru L. Rozdělte tento útvar na osm shodných útvarů.



Úloha 18. Olin dostal na Velikonoce šachovnici 8×8 bez pravého horního a levého dolního rohového políčka. Kolika způsoby na ni může postavit osm veží tak, aby se navzájem neohrožovaly?

Úloha 19. Káťa našla 2011 po sobě jdoucích přirozených čísel, která měla stejný součet jako 2010 po nich následujících čísel. Které z Kátiných čísel bylo nejmenší?

Úloha 20. Vejtek si vymyslel čtyři kladná, ne nutně celá čísla a, b, c a d. Potom má šest možností, jak vynásobit právě dvě z nich, konkrétně ab, ac, ad, bc, bd a cd. Frantovi ale Vejtek řekl pouze pět z těchto šesti součinů, konkrétně 2, 3, 4, 5 a 6. Pomozte Frantovi najít šestý součin.

Úloha 21. V klobouku kouzelníka Pokustóna se krčí 8 černých a 4 bílí králíci. Náhodně z klobouku vytáhneme 6 králíků. Jaká je pravděpodobnost, že poslední vytažený králík bude černý?

Úloha 22. Kterému celému číslu je roven součin

$$\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}} \cdot \frac{\frac{1}{4}-\frac{1}{5}}{\frac{1}{5}-\frac{1}{6}} \cdots \frac{\frac{1}{98}-\frac{1}{99}}{\frac{1}{99}-\frac{1}{100}}?$$

Úloha 23. Mějme posloupnost čísel, pro kterou platí $a_2 = 5$ a $a_n = \left\lfloor \frac{n^2}{a_{n-1}} \right\rfloor$ pro $n > 2$. Zjistěte hodnotu a_{999}. Výraz $\lfloor x \rfloor$ značí největší celé číslo, které nepřesahuje x.

Úloha 24. Která políčka můžeme ze šachovnice 8×8 vystřihnout, aby se zbytek dal pokrýt 21 kostičkami tvaru 3×1?

Úloha 25. Pro která přirozená čísla n není $n!$ násobkem n^2?

Úloha 26. Nechť a, b jsou takové konstanty, že body prostoru dané souřadnicemi $(1, a, b)$, $(a, 2, b)$ a $(a, b, 3)$ leží na jedné přímce. Určete $a + b$.

Úloha 27. Najděte největší přirozené číslo n takové, aby číslo $(2004!)!$ bylo dělitelné číslem $((n!)!)!$.

Úloha 28.

Máme v rovině trojúhelník ABC. Jeho otočením okolo těžiště o $180°$ dostaneme trojúhelník $A'B'C'$. Najděte poměr obsahu útvaru, který je průnikem ABC a $\triangle A'B'C'$ k obsahu $\triangle ABC$.

Úloha 29.
k dostání u Honzy. :P

Úloha 30.
Kolik je odmocnina ze 17546976225