

PIKOMAT MFF UK

Milé řešitelky, milí řešitelé,

dostává se vám do rukou poslední leták 32. ročníku soutěže Pikomat. Děkujeme vám tímto za svědomité řešení připravených úloh a přejeme zasloužený prázdninový odpočinek. Zbývá nám ale ještě jedna milá povinnost – vyhlášení vítězů.

Vítězkou 32. ročníku soutěže se stala Ludmila Hana Houfková z 9. ročníku. K plnému počtu bodů jí scházel jen jediný bod. V těsném závěsu za Ludmilou se na sdíleném 2.–3. místě umístili Michal Beránek (8. ročník) a Jakub Kislinger (9. ročník). V kategorii sedmých tříd nejlepšího výsledku dosáhla Anna Hronová, které se podařilo získat 25. místo v celkovém pořadí. A nakonec nejlepší řešitelkou z šestáků se stala Karolína Biolková. Gratulujeme! Vybrané řešitele oceníme věcnými cenami.

Děkujeme za pěkná řešení, kterými jste nás zásobovali během celého roku. Těšíme se, že se s vámi opět potkáme hned po prázdninách. Jejich koncem můžete ve svých poštovních schránkách, ať už fyzických nebo emailových, čekat první sérii 33. ročníku.

S účastníky tábora se pak uvidíme v druhé polovině srpna ve Vyšních Lhotách u Frýdku-Místku. Stále máme jedno volné místo, pokud ještě nemáte program na konec prázdnin. A pro ty z vás, kteří opouštějí 9. ročník ZŠ, připravuje Matematicko-fyzikální fakulta UK i další zajímavé matematické semináře a soutěže, například korespondenční seminář PraSe (<https://mks.mff.cuni.cz/>) nebo soutěž Náboj (<https://math.naboj.org/>).

Všem řešitelům i příznivcům Pikomatu přejeme pohodové a příjemně prožité prázdniny a budeme se těšit na další setkání.

Vaši organizátoři

Vzorová řešení a komentáře k 6. sérii úloh

Úloha č. 1

Chlapeček si hraje na chodníku se čtvercovými dlaždicemi, které jsou shodou okolností umístěné právě ve směru světových stran. Protože má na jedné noze dlahu, dokáže jeden krok udělat o 5 dlaždic, ale druhý jen o 2 dlaždice, přičemž délky kroků pořád střídá. Zároveň, protože si hraje, dělá zásadně kroky jenom ve směru světových stran. Nyní se rozhodl rozšlápnout šneka, který leží o 1 dlaždici severně a 3 dlaždice východně od chlapce. Kolik kroků a kterými směry musí chlapec udělat, aby šneka zašlápl?

Řešení: Chlapec může chodit jen ve směrech světových stran, proto můžeme nejprve vyřešit, jak se dostane o jednu dlaždici severněji než stojí. Může dělat kroky o 5 nebo 2 dlaždice, stačí mu tedy udělat jeden dlouhý krok na sever a dva krátké na jih: $5 - 2 - 2 = 1$. Samozřejmě existují i další možnosti, jak jít.

Dále se chce dostat na dlaždici o 3 východněji. Půjde tedy dlouhým krokem na východ a krátkým zpět na západ: $5 - 2 = 3$.

Chlapec musí střídát krátké a dlouhé kroky. Začne-li krátkým krokem, výsledná cesta může vypadat například: jih, sever, jih, východ, západ (obr. 1).

	2					
	3		S ₅		4	
	CH					
	1					

Obr. 1

	3						
	4		6		5		S ₇
	1				CH		
	2						

Obr. 2

Má-li začínat dlouhým krokem, stačí před předchozí cestu dát dlouhý krok libovolným směrem a za ni dlouhý krok opačným směrem. Například: západ,

jih, sever, jih, východ, západ, západ (obr. 2).

Komentář: Až na vzácné výjimky jste tuto úlohu vyřešili hravě a správně. Ze zadání nebylo úplně jasné, jestli má chlapec začít kratším nebo delším krokem, proto jsem uznávala obě varianty.

Úloha č. 2

„Mám tady čtverec 4×4 dlaždice, na které si kreslím, ale vždycky, když jdu večer spát, táta vezme mokrý hadr a dlaždice v nějakých dvou řadách a v nějakých dvou sloupcích umyje. Poradte mi, kolik nejméně musím pokreslit dlaždic, aby mi do dalšího dne určitě zůstala alespoň jedna pokreslená.“

Řešení: Pro začátek je jedno, jestli začínáme sloupci nebo řádky, v celé úloze začneme mazáním řad a skončíme mazáním sloupců. (Před takovýmto výběrem jedné z možností, které neovlivní výsledek, se píše „BÚNO“, což znamená „bez újmy na obecnosti“).

Protože hledám nejmenší počet, který by to splňoval, začnu se zkoušením co nejmenších čísel. Pro začátek vyřadím možnosti ze čtyř a méně dlaždic, protože jedním smáznutím jde vždy alespoň jedna dlaždice smáznout. Podobně můžu vyřadit i počty pět, respektive šest, dlaždic, protože v obou těchto případech jde dvěma prvními smáznutími smáznout tři, respektive čtyři, dlaždice a dalšími dvěma smáznutími zbylé dvě. První možnost, kterou tak snadno nevyřadím, je pokreslení sedmi dlaždic.

Zkusíme tedy rozmístit sedm dlaždic, aby nešly smáznout čtyřmi smáznutími. Z předchozích úvah plyne, že dlaždice nepůjdou smáznout, pokud po smáznutí libovolných dvou řádků zůstanou dlaždice na alespoň třech sloupcích. Tedy každá dvojice řádků musí zasahovat do alespoň tří sloupců. Protože mám jen sedm dlaždic, jedna bude na řádku sama, a aby s každým dalším řádkem zasahovala do tří řádků, musí být na samostatném sloupci. Potom stačí, aby se žádná dvojice zbylých tří sloupců neopakovala. Tedy například rozložení na obrázku (obr. 3).

Protože toto rozložení čtyřmi tahy smáznout nejde, máme důkaz, že sedm dlaždic stačí. Zároveň jsme si ověřili, že méně stačit nemůže.

Je potřeba ušpinit nejméně sedm dlaždic.

○			
	○	○	
		○	○
	○		○

Obr. 3

Komentář: Velká část řešitelů jen objevila nějaké rozložení z devíti, osmi nebo správně sedmi dlaždic, ale neřešili, jestli neexistuje nějaké lepší řešení. Pokud v řešení nebyl ani náznak důkazu, že lépe už to nejde, tak jsem plný počet bodů nedával.

Úloha č. 3

Nebyla to ani kachna, jako spíš káčátko, které sotva umělo létat, a tak vzlétnout umělo pouze ze břehu. Když plavalo po hladině kruhového rybníka, přiběhl tam k jeho smůle pes a čekal, až káčátko připlave na břeh, aby si na něm mohl pochutnat. Pes běhá po břehu čtyřikrát rychleji, než káčátko plave, ale přesto se káčátku nakonec podařilo dostat se na břeh tak, aby mohlo vzlétnout a pes ho nechtyl. Jak to káčátko udělalo?

Řešení: K chování psa: náš pes se chová ideálně, tedy pořád se snaží být na obvodu rybníka, odkud je kačenka nejbližší (to je nejlepší postup, a my s ním musíme počítat). Dále pro zjednodušení značení předpokládejme, že poloměr rybníka je 1.

Nejjednodušší správné řešení je napřed kroužit kolem prostředku v kruhu, jehož poloměr je přibližně $1/4$ a až pes bude na opačné straně rybníka, tak vyrazit přímo ke břehu. Další řešení, o které se někteří řešitelé pokoušeli, bylo objíždět nějaký n -úhelník (např. trojúhelník) a z jeho vrcholu vyrazit ke břehu nebo pákrát zahrnout směrem od psa, ale žádné toto řešení nevycházelo, protože pes mohl zahýbat tak, aby v době, kdy je kachnička ve vrcholu, nebyl na protější straně, případně se včas vracel. Aby se psovi takto uplavalo, bylo třeba vytvářet útvar podobný spirále nebo té kružnici (pár zatáček nestačilo).

K dokázání, že první postup funguje (kroužení kolem středu a potom vyrazit směrem ke břehu), je třeba ukázat, že jde kachničkou manévrovat, abychom se dostali do téměř $1/4$ poloměru na druhou stranu od psa a že zbylá vzdálenost (asi $3/4$ poloměru) je kratší než polovina obvodu. V první části si můžeme pomoci úhlovou rychlostí, kterou má káčátko na všech kruzích menších než $1/4$ větší než pes a proto se do téměř $1/4$ (např. do $1/4,1$) může dostat naproti psovi (řešení existuje) a v této pozici zůstat, protože k ujetí stejného úhlu potřebuje urazit čtyřikrát menší vzdálenost než pes. A pokud kachnička z tohoto bodu vyrazí k nejbližšímu břehu, tak i pokud nebude zahýbat podle pohybu psa, musí urazit jen $1 - 1/4,1 = 3/4,1$, zatímco pes $\pi \approx 3,14 > 3/4,1$. Proto kachnička dorazí ke břehu dříve, než tam přiběhne pes.

Komentář: Velká část řešitelů spočítala, že i pokud vyrazí ze středu k protějšímu břehu, tak je pes dožene, a proto si úlohu zjednodušovali. Někteří například

uvažovali, že pes běží k místu, kam kačenka míří. V tomhle typu úloh ale musíme počítat vždy s nejhorsí variantou, proto za takové řešení nebylo možné obdržet plný počet bodů. Ještě větší část řešitelů hledala postupy, jak psa zmást, tedy plavat pod vodou nebo začínat blízko od břehu na druhé straně psa atd. Tyto varianty dostávaly ještě méně bodů.

Úloha č. 4

Oba dva jsme vždy zapískali motiv o deseti tónech, přičemž první a poslední tón bylo vždy komorní A. Navíc jsme oba dodržovali to, že každý tón našeho motivu byl vždy buď o jeden celý tón vyšší, nebo o jeden celý tón nižší než tón předcházející. Jediný rozdíl mezi námi tak spočíval v tom, že zatímco David pískal vždy tak, aby žádný jeho tón nebyl vyšší než první a poslední, já jsem pokaždé ve svém nápěvu zapískal právě jeden tón nižší než komorní A a všechny ostatní moje tóny byly shodné nebo vyšší než první a poslední tón. Ukažte, že v naší nevyhlášené soutěži nikdo nevyhrál, protože jsme oba mohli zapískat přesně stejný počet různých motivů.

Řešení: Harry i David podle zadání zapískali deset tónů, oba začali a skončili na komorním A a s každou změnou tónu zapískali tón o jedna větší nebo menší. To ale znamená, že mezi deseti písknutími museli devětkrát změnit výšku tónu.

Představme si na chvíli, že komorní A odpovídá číslu 0, změna tónu na o jedna vyšší číslu +1 a změna tónu na o jedna nižší číslu -1. Motiv o deseti tónech potom odpovídá součtu 0 a devíti + nebo - jedniček. Ale co víc, takový součet musí dohromady dávat 0, abychom skončili opět na komorním A. Tady už se ale dostáváme do problému, protože lichý počet + nebo - jedniček se nám nikdy na nulu posčítat nepodaří.

Jinými slovy, pomocí devíti změn o celý tón se nám nikdy nepodaří skončit na stejném tónu, jako jsme začali. Z toho vyplývá, že ani Harry ani David nemohli zapískat jediný motiv podle zadání. V konečném důsledku tedy oba mohli zapískat stejně motivů, totiž žádný.

Komentář: Možná vás překvapilo, že správné řešení spočívalo v tom, že ani David ani Harry nemohli zapískat jediný motiv. Musíme se přiznat, že to nebyl náš původní záměr. Vinou tiskařského šotka se bohužel stalo, že v zadání skočilo sudé číslo 10 místo lichého 11. Pro liché počty tónů oba pánové mohou zapískat relativně velký počet sekvencí, ale i tak lze pěkně dokázat, že jich vždy budou mít stejně. Takových důkazů nám i několik přišlo a všechny, co nám je jako dodatek ke vzorovému řešení poslali, chválíme. Pro ostatní, důkaz úlohy pro jedenáct tónů necháme za cvičení. Jinak většina došlých řešení byla správná a několik

zbylých jsem hodnotil velmi mírně.

Úloha č. 5

Všiml jsem si, že kdybychom tento kvádr rozřízli na polovinu, měl by takto vzniklý menší kvádr stejný poměr délek hran jako původní kvádr, a tudíž by si byly navzájem podobné. Určete, jaký poměr délek hran kvádr má.

Řešení: Strany kvádru a, b, c si označíme tak, že $a > b > c$. Poté je potřeba si uvědomit, že musíme kvádr rozpůlit podle nejdelší strany a zároveň se ta strana musí stát nejkratší. Tedy platí $c > \frac{a}{2}$.

Aby byl nový kvádr podobný se starým, musí být poměr příslušných stran stejný (tj. nejdelší strana nového je rovna k -krát nejdelší starého).

Dostáváme tuto rovnost:

$$\text{poměr: } k = \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{\frac{a}{2}}.$$

Nyní si z obou rovni vyjádříme a :

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} &= \frac{b}{c} \Rightarrow a = \frac{b^2}{c}, \\ \frac{b}{c} &= \frac{2c}{a} \Rightarrow a = \frac{2c^2}{b}, \\ \frac{b^2}{c} &= \frac{2c^2}{b} \Rightarrow b = c \cdot \sqrt[3]{2}, \\ a &= \frac{(c \cdot \sqrt[3]{2})^2}{c} = c \sqrt[3]{4}. \end{aligned}$$

Tudíž $b = c \cdot \sqrt[3]{2}$ a $a = c \cdot \sqrt[3]{4}$. Protože nás zajímá poměr, můžeme si za c zvolit libovolné číslo, třeba $c = 1$. Dostáváme poměr $a : b : c = \sqrt[3]{4} : \sqrt[3]{2} : 1$. Pokud bychom jako konstantu zvolili jinou proměnou, dostáváme tyto výsledky: $\sqrt[3]{2} : 1 : \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ nebo $1 : \frac{1}{\sqrt[3]{2}} : \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$.

Komentář: Nejčastější chybou bylo špatné pochopení zadání. Nebo uvědomění si, že kvádr musíme rozpůlit podle nejdelší strany a musí z ní vzniknout nejkratší strana, jinak by vzniklé rovnice byly neřešitelné.

Úloha č. 6

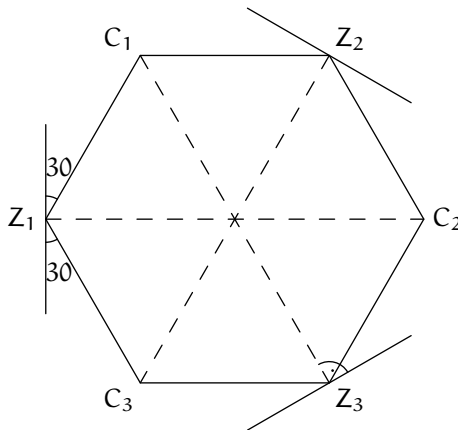
V hale byla umístěná tři zrcadla a stáli jsme tam já, David a služebná. Byli jsme zrovna tak zajímavě rozestavení, že každý z nás viděl v každém ze tří zrcadel

jinou osobu. Nakreslete, jak jsme mohli být rozmístění my tři a jak zrcadla, aby toto nastalo.

Řešení: Máme tři zrcadla a 3 osoby. Když má každá osoba v každém zrcadle vidět někoho jiného, musí v jednom z nich vidět sebe. Také se musíme řídit zákonem odrazu, který říká, že úhel dopadu se rovná úhlu odrazu.

Podmínky ze zadání splňuje jakékoliv rozestavení osob, při kterém existuje úsečka, která spojuje osobu a zrcadlo a se zrcadlem svírá úhel 90 stupňů. Zároveň existují 3 různé trojúhelníky, kde jednu stranu tvoří spojnice dvou osob (jedna ze tří možných dvojic, vystřídají se všechny), vrchol tvoří zrcadlo a zbylé dvě strany svírají s rovinou zrcadla shodný úhel.

Jedním z možných rozestavení je pravidelný šestiúhelník, kde lidé stojí ob jeden vrchol a zrcadla na zbytku vrcholů, viz obr. 4, kde C_1 , C_2 a C_3 označuje postavení lidí a Z_1 , Z_2 a Z_3 pozice zrcadel.



Obr. 4

Komentář: Bylo spoustu správných odpovědí, jen řešitelé časo zapomínali na zmínění zákona odrazu, který je základem tohoto příkladu.

Úloha č. 7

Tedy si chtěl asistent, který vedl mikrobiologickou laboratoř, otestovat, jak přesně dokážu rozlišovat grampozitivní (G+) a gramnegativní (G-) bakterie. Zjistil, že jen 80 % grampozitivních vzorků jsem označil správně jako G+ a jenom 64 % vzorků,

kteřé jsem označil jako G+, bylo doopravdy grampozitivních. Kolik procent ze všech vzorků jsem celkově vyhodnotil správně, jestliže mi na začátku dal profesor sadu vzorků, ve které byl stejný počet grampozitivních a gramnegativních?

Řešení: Protože víme, že grampozitivní vzorky tvořily 50 % z celkového počtu vzorků, můžeme snadno vypočítat, jak velkou část tvořily správně označené G+ vzorky:

$$\frac{50}{100} \cdot 80 = 40 \text{ \%}.$$

Grampozitivních vzorků označených jako G– pak muselo být $50 - 40 = 10 \text{ \%}$. 40 % z celkového počtu odpovídá 64 % vzorkům označených jako G+, z čehož vypočteme, kolik procent vzorků označil jako G+:

$$\frac{100}{64} \cdot 40 = 62,5 \text{ \%}.$$

Vzorků označených jako G– tedy bylo $100 - 62,5 = 37,5 \text{ \%}$. Protože víme, že mezi nimi bylo 10 % grampozitivních vzorků, správně označených gramnegativních muselo být $37,5 - 10 = 27,5 \text{ \%}$.

Pokud obě skupiny správně označených vzorků sečteme, vyjde nám $40 + 27,5 = 67,5 \text{ \%}$ správně označených vzorků.

Komentář: Úloha nebyla obtížná a většina řešitelů si s ní hravě poradila. Nejčastější chybou bylo nepochopení, že obě procenta v zadání mluví o stejné skupině vzorků, jen v poměru k jiným celkům. Velká část řešitelů si určila celkový počet vzorků a počítala s konkrétními počty. Takový způsob sice není chybný, ale elegantnější je označit si počet proměnou nebo počítat s procenty jako v této úloze.

Úlohy šesté série opravovali a komentáře sepsali: 1. Lenka Vábková, 2. František Steinhauser, 3. František Steinhauser, 4. Jiří Erhart, 5. Jiří Štrincel, 6. Veronika Vohníková, 7. Martin Černý a Kačka Nová.

Výsledková listina Pikomatu MFF UK

po 6. sérii

Celkově	V roč.	Jméno a příjmení	Roč. a škola	1	2	3	4	5	6	7	P	σ	Σ
1.	1.	Ludmila H. Houfková	9. GMHS	5	-	5	5	5	4	5	-	29	179
2.-3.	1.	Michal Beránek	8. GVOP	5	3	5	5	5	3	5	-	28	178
	2.	Jakub Kislinger	9. GJVK	5	5	5	5	5	3	5	-	30	178
4.	3.	Petr Khartskhaev	9. PORG	5	5	5	5	5	2	5	-	30	177
5.-6.	4.-5.	Klára Churá	9. GCHB	5	5	3	5	5	5	5	-	30	176
		Adéla Karolína Žáčková	9. GCDP	5	3	5	5	5	3	5	-	28	176
7.	2.	Klára Hubínková	8. GMNP	5	5	-	5	5	4	5	-	29	175
8.-9.	6.-7.	Mikuláš Brož	9. GNSP	5	-	5	5	5	5	5	-	30	174
		Robert Gemrot	9. GHAV	5	3	5	5	5	4	5	-	29	174
10.-11.	3.	Kryštof Pravda	8. GMSP	5	3	5	-	5	3	5	-	26	173
	8.	Lubor Čech	9. GMIK	5	5	5	5	5	5	5	-	30	173
12.	9.	Václav Janáček	9. GKJB	5	5	-	5	5	4	4	-	28	172
13.	4.	Tomáš Flidr	8. GKRO	5	5	5	5	5	4	5	-	30	170
14.	10.	Magdaléna Mišinová	9. GJKP	5	4	-	5	5	3	4	-	26	169
15.	11.	Milan Malačka	9. GNAP	5	3	-	5	3	4	4	-	24	168
16.	12.	Jan Heřta	9. GSOV	5	3	-	5	5	5	5	-	28	166
17.-18.	13.-14.	Vladimír Chudý	9. ZSRD	5	4	5	5	5	3	4	-	28	164
		David Kamenský	9. GBRV	5	4	5	5	3	3	5	-	27	164
19.	5.	Filip Zikeš	8. GPBZ	5	5	4	5	5	-	5	-	29	162
20.	15.	Klára Pernicová	9. GZAS	5	5	5	5	5	4	5	-	30	160
21.	6.	Petr Hladík	8. GMNP	5	5	5	-	5	3	5	-	28	159
22.	7.	Jan Poláček	8. GBRV	5	3	3	5	3	4	5	-	25	156
23.	8.	Šimon Glück	8. GPIS	5	3	3	5	3	5	5	-	26	151
24.	16.	Jan Schmidtmayer	9. GCAK	5	5	-	5	5	4	5	2	27	143
25.	1.	Anna Hronová	7. GKJB	-	-	-	-	-	-	-	-	0	139
26.	17.	Erik Sedlak	9. GASK	5	2	5	5	5	1	5	-	27	138
27.	9.	Natálie Prušáková	8. ZSDS	5	5	2	3	-	3	5	-	23	137
28.	18.	Lukáš Frk	9. GNAP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	136
29.	2.	Jan Tesařík	7. GBEN	0	3	-	5	5	-	-	-	13	134
30.	3.	Vanda Hutářová	7. GTMP	5	5	-	-	-	3	5	-	18	132
31.-32.	10.-11.	Robin Palán	8. GJGJ	5	3	3	1	5	4	3	-	23	131
		Vladimír Vávra	8. ZSJE	5	3	5	-	-	4	5	-	22	131
33.	19.	Jana Čákorová	9. SGTP	5	3	-	5	5	-	5	-	23	126
34.	12.	Martin Fried	8. GJGJ	5	2	4	1	2	1	1	-	15	123
35.	4.	Tereza Kahounová	7. CGMN	5	4	2	5	2	1	3	-	21	122
36.-37.	13.	Josef Knápek	8. GVOL	-	-	-	-	-	-	-	-	0	121
	20.	Hana Slámová	9. GKJB	-	-	-	-	-	-	-	-	0	121

<i>Celkově</i>	<i>V roč.</i>	<i>Jméno a příjmení</i>	<i>Roč. a škola</i>	1	2	3	4	5	6	7	P	σ	Σ
38.	5.	Matyáš Hebert	7. ZSKD	5	-	4	-	-	-	-	-	9	119
39.	14.	Lenka Jenčíková	8. GCAK	5	4	4	5	5	5	-	1	27	118
40.	21.	Klára Zemanová	9. PORG	-	-	-	-	-	-	-	-	0	117
41.-42.	22.-23.	Vojtěch Bořík	9. CGMN	-	-	-	-	-	-	-	-	0	116
		Lenka Ježková	9. PJZS	-	-	-	-	-	-	-	-	0	116
43.	15.	Karolína Jelínková	8. AGKP	5	3	-	-	5	5	-	-	18	115
44.	16.	Vladka Raclavská	8. SLGO	-	4	3	-	-	-	5	-	12	114
45.-46.	17.-18.	David Hájek	8. ZSJW	-	-	-	-	-	-	-	-	0	110
		Miroslav Novotný	8. ZSTM	5	2	3	5	-	3	3	-	21	110
47.	19.	Mariia Graboviuk	8. ZPAL	5	4	1	5	5	1	1	-	21	109
48.-50.	1.	Adéla Hrabodová	1. ZSZE	5	3	2	3	2	4	2	-	19	108
	6.	Adam Ucháč	7. ZSSJ	5	4	3	-	3	-	-	-	15	108
	20.	Filip Vopálenský	8. MLGP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	108
51.	7.	Martina Lauerová	7. GNAP	5	3	2	-	-	3	-	-	13	107
52.	8.	Nikola Kášková	7. GTVL	5	3	1	3	2	2	1	-	16	106
53.-54.	2.	Filip Hodbod'	1. ZSZE	5	2	2	3	2	5	2	-	19	105
	21.	Radomír Mielec	8. GVOL	-	-	-	-	-	-	-	-	0	105
55.	3.	Marek Pišťák	1. GJHP	-	-	5	-	5	-	5	-	15	104
56.	22.	Kristián Šťastný	8. GOST	5	5	-	5	-	5	5	-	25	103
57.	24.	Václav Trpišovský	9. OPEN	-	-	-	-	-	-	-	-	0	100
58.	23.	Kateřina Tereza Skoupá	8. GBLA	-	3	2	-	1	3	1	-	10	96
59.	9.	Vojtěch Štěpán	7. GBEN	-	3	-	5	-	-	2	1	9	94
60.	24.	Vojtěch Vařecha	8. GTIS	5	-	-	-	-	4	4	-	13	93
61.-63.	1.	Karolína Biolková	6. ZSEK	5	5	-	-	-	5	-	-	15	92
	25.	Filip Absolon	8. ZSKM	5	2	1	5	1	3	1	-	17	92
	25.	Veronika Krčmáriková	9. GMAS	5	2	-	-	-	-	-	-	7	92
64.	2.	Tereza Bencková	6. GEKP	5	2	3	-	-	1	2	-	13	90
65.	10.	Lukáš Trecha	7. GZNS	-	-	-	-	-	-	-	-	0	89
66.-67.	26.-27.	Sára Byšková	8. ZSJZ	-	-	-	-	-	-	-	-	0	88
		Jakub Mezera	8. ZSTR	5	-	-	-	-	-	-	-	5	88
68.-69.	28.	Markéta A. Doležalová	8. BGUK	5	4	-	5	-	-	-	-	14	87
	26.	Karolína Letochová	9. GSTE	5	2	3	-	2	2	-	-	14	87
70.-72.	29.	Tomáš Čurda	8. GCDP	5	3	3	5	-	-	5	3	18	84
	27.-28.	Filip Gabriel	9. GCST	-	1	-	-	-	1	1	-	3	84
		Julie Rubášová	9. BGBN	-	-	-	-	-	-	-	-	0	84
73.-74.	11.	Patrik Jendele	7. ZSNZ	5	3	5	5	-	1	5	-	24	78
	30.	Alexandra Rosenberg	8. ZSTH	5	5	-	-	-	-	-	-	10	78
75.	29.	Kateřina Hönigerová	9. GLNS	-	2	-	-	-	-	-	-	2	76
76.-77.	12.	Jolana Štraitová	7. GBUD	-	-	-	-	-	-	-	-	0	75
	31.	Martin Mlejnecký	8. GSPI	-	-	-	-	-	-	-	-	0	75
78.	30.	Anna Jurtíková	9. GINT	-	-	-	-	-	-	-	-	0	74
79.	31.	Tereza Janíková	9.	5	3	4	-	-	1	5	-	18	73
80.	32.	Kryštof Veverka	8. JGNA	-	4	-	-	-	-	3	-	7	70
81.	33.	Jan Šuraň	8. GSPI	5	5	-	-	-	-	-	-	10	68

<i>Celkově</i>	<i>V roč.</i>	<i>Jméno a příjmení</i>	<i>Roč. a škola</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>P</i>	σ	Σ
82.	1.	Patrik Rosenberg	5. ZSTH	5	4	-	-	-	3	-	-	12	67
83.	34.	Jan Kotrlík	8. GMNP	5	5	-	-	-	-	-	-	10	66
84.–85.	35.–36.	Daniela Cieslarová	8. MZSN	5	2	-	-	2	2	-	-	11	64
		Eliška Márová	8. ZSRA	-	-	-	-	-	-	-	-	0	64
86.	32.	Anička Hollmannová	9. GDAR	-	-	-	-	-	-	-	-	0	63
87.	37.	Šimon Skoumal	8. PORG	-	-	-	-	-	-	-	-	0	61
88.–89.	38.–39.	Ondřej Janeček	8. PORG	-	3	-	-	-	-	-	-	3	60
		Alena Zemánková	8. ZVAH	-	-	-	-	-	-	-	-	0	60
90.	40.	Kryštof Rakovský	8. ZSJS	1	3	1	-	2	2	1	-	10	59
91.	41.	Antonín Rousek	8. GPDA	-	-	-	-	-	-	-	-	0	58
92.	33.	David Ferenz	9. ZSRV	-	-	-	-	-	-	-	-	0	56
93.	34.	Eliška Doružková	9. GRPR	-	-	-	-	-	-	-	-	0	55
94.–96.	3.	Antonín Šámal	6. GFXS	-	-	-	-	-	-	-	-	0	54
	13.	Vojtech Kysilka	7. GRNL	5	3	-	-	-	-	5	-	13	54
	42.	Antonie Erika Grant	8. AGKP	5	3	-	-	1	-	-	-	9	54
97.	43.	Tomáš Foral	8. ZSBL	-	-	-	-	-	-	-	-	0	53
98.–99.	14.	Jana Horňáčková	7. ZSBC	5	-	-	-	-	-	-	-	5	52
	35.	Tomáš A. Kovanda	9. AGKP	5	-	-	5	-	-	4	-	14	52
100.	36.	Kateřina Matulová	9. BGBN	-	-	-	-	-	-	-	-	0	51
101.–102.	44.	Lucie Chromečková	8. ZSMK	-	-	-	-	-	-	-	-	0	50
	37.	Dominik Belza	9. GBIB	-	-	-	-	-	-	-	-	0	50
103.–104.	45.	Hana Bečvářová	8. GMNP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	49
	38.	Ondřej Chlubna	9. GOAO	-	-	-	-	-	-	-	-	0	49
105.	39.	Jan Heřmánek	9. GKKO	-	-	-	-	-	-	-	-	0	48
106.	15.	Petr Hladký	7. GSRY	-	-	-	-	-	-	-	-	0	47
107.–108.	4.	Filip Adam Chyška	6. AGKP	-	1	-	-	1	0	1	-	3	41
	46.	Anna Procházková	8. ZSRA	-	-	-	-	-	-	-	-	0	41
109.–111.	5.	Eliška Gemperlová	6. GNKP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	39
	47.	Jindřiška Palatová	8. ZSPJ	-	-	-	-	-	-	-	-	0	39
	40.	Doubravka Horáková	9. ZSSZ	-	-	-	-	-	-	-	-	0	39
112.	6.	Michaela Štouralová	6. GSOV	-	-	-	-	-	-	-	-	0	38
113.	1.	Marie Steinhauerová	3. ZKNE	-	-	2	-	-	-	-	-	2	37
114.–115.	7.	Šimon Genčur	6. BGBN	-	-	-	-	-	-	-	-	0	35
	16.	Jan Lelek	7. ZSFC	5	5	-	-	-	3	-	-	13	35
116.–117.	1.	Jiří Dittrich	4.	-	-	-	-	-	-	-	-	0	34
	48.	Hana Pasková	8. GWOP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	34
118.–119.	17.	Vojtěch Peterka	7. ZSRA	-	-	-	-	-	-	-	-	0	33
	49.	Klaudie Rampasová	8. AGKP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	33
120.–121.	50.–51.	Martin Černý	8. ZSNL	-	-	-	-	-	-	-	-	0	32
		Vítek Slanina	8. GCHB	-	-	-	-	-	-	-	-	0	32
122.–123.	8.	Daniel Janeček	6. GMBP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	31
	18.	Markéta Najmanová	7. ZSFP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	31
124.–127.	9.	Martin Coubejo	6. ZBNS	-	-	-	-	-	-	-	-	0	30
	19.–20.	Vít Holoubek	7. ZSTK	-	-	-	-	-	-	-	-	0	30

<i>Celkově</i>	<i>V roč.</i>	<i>Jméno a příjmení</i>	<i>Roč. a škola</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>P</i>	σ	Σ
124.–127.	19.–20.	Kateřina Spáčilová	7. ZSSM	-	-	-	-	-	-	-	-	0	30
	41.	Aleš Socha	9. ZSJC	-	-	-	-	-	-	-	-	0	30
128.–129.	21.	Rostislav Mates	7. ZSRA	-	-	-	-	-	-	-	-	0	29
	42.	Alena Šindelářová	9. GZNS	-	-	-	-	-	-	-	-	0	29
130.	22.	Světлана Dittrichová	7. ZSNN	-	-	-	-	-	-	-	-	0	28
131.–132.	52.	Marek Čermák	8. ZSNH	-	-	-	-	-	-	-	-	0	27
	43.	Dominik Hrdý	9. ZSHC	-	-	-	-	-	-	-	-	0	27
133.	23.	Kateřina Holečková	7. GFMP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	26
134.–139.	24.–26.	Aneta Jenšíková	7. GMNP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	25
		Kristýna Malcová	7. ZSMB	-	-	-	-	-	-	-	-	0	25
		Marek Matůš	7. GSTR	-	-	-	-	-	-	-	-	0	25
	53.–54.	Michaela Billová	8. ZSCN	-	-	-	-	-	-	-	-	0	25
		Thien Trang Pham Thi	8. GCHB	-	-	-	-	-	-	-	-	0	25
	44.	Adam Kovalčík	9. ZSTV	-	-	-	-	-	-	-	-	0	25
140.	45.	Hana Houzarová	9. ZSMS	-	-	-	-	-	-	-	-	0	24
141.–143.	46.–48.	Kateřina Brádllová	9. GPDA	-	-	-	-	-	-	-	-	0	23
		Jan Hrebík	9. OPEN	-	-	-	-	-	-	-	-	0	23
		Tereza Vitoušová	9. GCSP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	23
144.–147.	10.	Eliáš Hager	6. ZSKL	-	-	-	-	-	-	-	-	0	22
	27.	Monika Krátká	7. ZSOR	-	-	-	-	-	-	-	-	0	22
	55.	Jan Vladimír Podlipný	8. ZSFK	-	-	-	-	-	-	-	-	0	22
	49.	Michal Valentík	9. CZSV	-	-	-	-	-	-	-	-	0	22
148.–150.	50.–52.	Dominik Farhan	9. GMNP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	21
		Magdalena Petrlová	9. GKJB	-	-	-	-	-	-	-	-	0	21
		Jan Vavřín	9. PORG	-	-	-	-	-	-	-	-	0	21
151.–153.	53.–55.	Dana Dvořáčková	9. ZSBO	-	-	-	-	-	-	-	-	0	20
		František Hovorka	9. GBIB	-	-	-	-	-	-	-	-	0	20
		Gabriela Marxová	9. GDAR	-	-	-	-	-	-	-	-	0	20
154.–155.	56.	František Bujnovský	8. CSLH	-	-	-	-	-	-	-	-	0	19
	56.	Jan Vondráček	9. GNAP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	19
156.–158.	4.–5.	Aneta Bobisudová	1. ZSHC	-	-	-	-	-	-	-	-	0	18
		Patrik Richvalský	1. ZSOK	-	-	-	-	-	-	-	-	0	18
	57.	Eliška Šebková	8. GDKL	-	-	-	-	-	-	-	-	0	18
159.–163.	28.	Jiří Bojčuk	7. GBIB	-	-	-	-	-	-	-	-	0	17
	58.–59.	Lucie Brabencová	8. GMNP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	17
		Vít Jevčák	8. ZSEB	-	-	-	-	-	-	-	-	0	17
	57.–58.	Vojtěch Dašek	9. PORG	-	-	-	-	-	-	-	-	0	17
		Lada Vestfálová	9. GJER	-	-	-	-	-	-	-	-	0	17
164.	59.	Aleš Horák	9. ZSVO	-	-	-	-	-	-	-	-	0	15
165.–169.	11.	Kristýna Dominiková	6. BGBN	-	-	-	-	-	-	-	-	0	14
	29.–30.	Marie Kukačková	7. GSOV	-	-	-	-	-	-	-	-	0	14
		Linda Mrázová	7. GSOV	-	-	-	-	-	-	-	-	0	14
	60.–61.	Julie Fialová	9. ZSMD	-	-	-	-	-	-	-	-	0	14
		Martin Pacák	9. ZSCD	-	-	-	-	-	-	-	-	0	14

<i>Celkově</i>	<i>V roč.</i>	<i>Jméno a příjmení</i>	<i>Roč. a škola</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>P</i>	σ	Σ
170.–174.	12.	Matěj Jaroš	6. GJGJ	-	-	-	-	-	-	-	-	0	13
	31.	Jan Chlumecký	7. GBRV	-	-	-	-	-	-	-	-	0	13
	60.–61.	Roman Malenda	8. ZSOK	-	-	-	-	-	-	-	-	0	13
		Markéta Voráčková	8. ZSJK	-	-	-	-	-	-	-	-	0	13
	62.	Daniela Filipová	9. ZSVJ	-	-	-	-	-	-	-	-	0	13
175.	62.	Andrea Pospíšilová	8. GSTR	-	-	-	-	-	-	-	-	0	12
176.–178.	32.	Klára Billová	7. GSOV	-	-	-	-	-	-	-	-	0	11
	63.	Vojtěch Stránský	8. ZOBA	-	-	-	-	-	-	-	-	0	11
	63.	Markéta Bučková	9. ZSKD	-	-	-	-	-	-	-	-	0	11
179.–181.	6.	Eliška Tomáštková	1. ZBUH	-	-	-	-	-	-	-	-	0	10
	33.	Vít Křivonoska	7. GVOP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	10
	64.	Markéta Smejkalová	8. MZSV	-	-	-	-	-	-	-	-	0	10
182.	64.	Stanislav Ježek	9. GCBR	-	-	-	-	-	-	-	-	0	9
183.	13.	Zuzana Černíková	6. GFMP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	8
184.	65.	Ondřej Loukotka	8. GKKO	-	-	-	-	-	-	-	-	0	6
185.–189.	14.	Tereza Pristačová	6. GOPA	-	-	-	-	-	-	-	-	0	5
	34.	Tadeáš Grabic	7. ZSAL	-	-	-	-	-	-	-	-	0	5
	66.–68.	Gwen Gonnot	8. AGKP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	5
		Filip Kováč	8. ZSSK	-	-	-	-	-	-	-	-	0	5
		Radim Křenek	8. ZSYV	-	-	-	-	-	-	-	-	0	5
190.–191.	69.	Long Nguyen Hoang	8. GJVK	-	-	-	-	-	-	-	-	0	4
	65.	Emma Pěchoučková	9. AGKP	-	-	-	-	-	-	-	-	0	4