PIKOMAT MFF UK

Milé řešitelky, milí řešitelé,

dostává se vám do rukou zadání poslední série letošního ročníku a s ním i závěr napínavého dobrodružství pánů Wilkinse a Whitakera z pera Miroslava Koblížka. Je to také poslední šance zabojovat o vítězné příčky a knižní odměny.

Před šestou sérií je ale ještě série pátá, jejíž termín odeslání je **13. března**. Budete tak mít spoustu času na řešení závěrečných úloh, neboť termín odeslání poslední série je **15. května**.

Soustředění a tábor

Na základě současných výsledků jsme nejlepší řešitele z každého ročníku pozvali na soustředění. Všem pozvaným gratulujeme a připomínáme, že na soustředění bude mimo jiné možnost si napsat okresní kolo matematické olympiády Z6–Z8. Nemusíte se proto bát, že byste o soutěž přišli.

Pokud jste se na soustředění nedostali, nezoufejte, máme (nejen) pro vás dobrou zprávu. Již se můžete přihlásit na tábor, který pořádáme **13.–26. srpna** ve Vyšních Lhotách u Frýdku-Místku. Bližší informace o táboře naleznete na našich stránkách v sekci Tábory (http://pikomat.mff.cuni.cz/tabor/2017/).

Hodně štěstí s řešením přejí

Vaši organizátoři

Zadání úloh 6. série 32. ročníku

Termín odeslání: 15. května 2017

David zaklepal na dveře a chvíli jsme čekali. Nic se nedělo, a tak zabušil ještě rázněji než předtím.

„Mělo nás to napadnout hned, že ta ženská bude beztak někde pracovat," řekl David naštvaně, když ani po třetím zabušení nikdo nepřicházel otevřít.

„Tak co teď? Budeme čekat, až se vrátí domů?"

„Ale prosím tě," oponoval mi David, „musíš k pátrání přistupovat aktivně. Třeba bychom se jí tu ani nemuseli dočkat. Zkusíme, zda někdo ze sousedství neví, kde pracuje," dodal a ukázal na chlapce s dlahou na noze, který poskakoval na dlažbě o několik domů dál.

Úloha č. 1: *Chlapeček si hraje na chodníku se čtvercovými dlaždicemi, které jsou shodou okolností umístěné právě ve směru světových stran. Protože má na jedné noze dlahu, dokáže jeden krok udělat o* 5 *dlaždic, ale druhý jen o* 2 *dlaždice, přičemž délky kroků pořád střídá. Zároveň, protože si hraje, dělá zásadně kroky jenom ve směru světových stran. Nyní se rozhodl rozšlápnout šneka, který leží o* 1 *dlaždici severně a* 3 *dlaždice východně od chlapce. Kolik kroků a kterými směry musí chlapec udělat, aby šneka zašlápl?*

„Ahoj, mohl bys nám s něčím pomoct?" řekl David a přidřepl si k chlapci. „Věděl bys, kde pracuje paní, co bydlí támhle v tom domě?"

„Povím vám to, ale musíte mi nejdřív taky s něčím pomoct," odpověděl s lišáckým úsměvem a ukázal na několik pokreslených dlaždic na chodníku.

Úloha č. 2: *„Mám tady čtverec* 4×4 *dlaždice, na které si kreslím, ale vždycky, když jdu večer spát, táta vezme mokrý hadr a dlaždice v nějakých dvou řadách a v nějakých dvou sloupcích umyje. Poraďte mi, kolik nejméně musím pokreslit dlaždic, aby mi do dalšího dne určitě zůstala alespoň jedna pokreslená."*

„Ale to je přece jednoduché," vykřikl jsem a pak jsem se k chlapci naklonil a do ucha mu pošeptal, které dlaždice má pokreslit a proč mu určitě nebude stačit pokreslit méně dlaždic. Naschvál jsem to udělal tak, aby mě David neslyšel. To mi chlapec oplatil a i on mi to, co jsme chtěli vědět, pošeptal do ucha.

„To jsou věci! Že mě to hned nenapadlo!" zvolal jsem, když jsem se narovnal, a okamžitě jsem vyrazil.

David na mě chvíli nechápavě koukal, ale pak za mnou vyběhl a křičel: „Můžeš mi to vysvětlit? Kam jdeš?“

Zpomalil jsem a počkal, až mě doběhne, abych si ho mohl trochu vychutnat: „To víš, díky těm svým úlohám teď asi znám rozuzlení případu.“

„To od tebe není pěkné, že si to necháváš pro sebe,“ řekl David a bylo vidět, že se na mě zlobí už jen naoko.

„Ten chlapec mi řekl, že tetička Dory, tak ji prý může oslovovat, i když se to jeho mamince příliš nelíbí, pracuje u nějakého bohatého pána jako kuchařka a služebná.“

„Dobře, ale pořád nevíme, kam máme jít.“

„Jen si vzpomeň, co říkal pan Whitaker, když nám tehdy nabízel ten moučník. Ta nenápadná zmínka o tom, že Dorothy skvěle peče. A všechno to do sebe krásně zapadá.“

„No jistě, už si taky vzpomínám,“ řekl David s úsměvem, ale pak se zarazil, „vždyť já ale taky jedl ten její moučník, takže …“

Náhle těsně nad našimi hlavami se strašným rámusem proletěla kachna. Všiml jsem si jí už o chvilku dřív, jak na hladině rybníka bojovala o svůj holý život, a tak jsem po prvotním úleku byl rád, že svůj boj vyhrála.

Úloha č. 3: *Nebyla to ani kachna, jako spíš káčátko, které sotva umělo létat, a tak vzlétnout umělo pouze ze břehu. Když plavalo po hladině kruhového rybníka, přiběhl tam k jeho smůle pes a čekal, až káčátko připlave na břeh, aby si na něm mohl pochutnat. Pes běhá po břehu čtyřikrát rychleji, než káčátko plave, ale přesto se káčátku nakonec podařilo dostat se na břeh tak, aby mohlo vzlétnout a pes ho nechytil. Jak to káčátko udělalo?*

„Bojíš se, jestli ses nenakazil?“ dokončil jsem Davidovu myšlenku, když kachna kousek před námi s rachotem zaletěla do křoví.

„Přesně tak.“

„Jisté riziko tu je,“ pokračoval jsem, „ale vzhledem k tomu, že jsi mladý zdravý muž, tak by jsi se i s případnou infekcí měl vypořádat bez větších komplikací.“

Po zbytek cesty už David nepromluvil ani slovo a jenom si pískal. Naschvál jsem vždycky po jeho motivu zapískal něco velmi obdobného, takže velmi brzy pochopil, že se s ním předháním, kdo vymyslí víc různých posloupností tónů.

Úloha č. 4: *Oba dva jsme vždy zapískali motiv o deseti tónech, přičemž první a poslední tón bylo vždy komorní A. Navíc jsme oba dodržovali to, že každý tón našeho motivu byl vždy buď o jeden celý tón vyšší, nebo o jeden celý tón nižší než tón předcházející. Jediný rozdíl mezi námi tak spočíval v tom, že zatímco David pískal vždy* *tak, aby žádný jeho tón nebyl vyšší než první a poslední, já jsem pokaždé ve svém nápěvu zapískal právě jeden tón nižší než komorní A a všechny ostatní moje tóny byly shodné nebo vyšší než první a poslední tón. Ukažte, že v naší nevyhlášené soutěži nikdo nevyhrál, protože jsme oba mohli zapískat přesně stejný počet různých motivů.*

Když jsme přicházeli k Whitakerově vile, zadíval jsem se na pískovcový blok, který stál na prostranství před hlavním vchodem. Zaujal mě už tehdy večer, když jsem sem byl přivezen poprvé, ale teprve v tomto odpoledním nasvícení jsem si všiml, že polovina bloku je uhlazená, kdežto druhá je jen hrubě osekaná.

Úloha č. 5: *Všiml jsem si, že kdybychom tento kvádr rozřízli na polovinu, měl by takto vzniklý menší kvádr stejný poměr délek hran jako původní kvádr, a tudíž by si byly navzájem podobné. Určete, jaký poměr délek hran kvádr má.*

Zazvonili jsme u dveří a oba jsme byli plní napětí a očekávání, že snad již brzy náš případ uzavřeme. Ještě dřív, než nám přišel kdokoli otevřít, jsem připomněl Davidovi, že tentokrát nejde zatýkat nějakého nebezpečného zločince, protože chudák služebná nic úmyslně neprovedla. V tu chvíli už klika cvakla a před námi stála starší paní v zástěře a s prachovkou v ruce.

„Dobré odpoledne," pozdravila nás, „co si přejete?"

„Dobrý den, já jsem lékař Harry Wilkins a toto je můj přítel David. Jdeme za panem Whitakerem ohledně zdravotního stavu jeho ženy."

„Ach tak, už jsem o vás slyšela. Pojďte dál," pozvala nás služebná dovnitř, „ale počkejte zatím tady ve vstupní hale, půjdu zjistit, zda má pan továrník čas a kde se s vámi bude chtít sejít."

Stáli jsme v zajímavé místnosti s několika zrcadly, dřevem obloženými stěnami a obrazy rozvěšenými mezi dveřmi do dalších místností a čekali, až se služebná vrátí. Po chvíli přišla s tím, že nás odvede do salónku v prvním patře.

„Počkejte ještě, Dorothy," řekl David, když jsme ještě byli v hale. Služebná i já jsme se zastavili a chvíli se po sobě a po Davidovi překvapeně dívali, což bylo ještě umocněné přítomností zrcadel a našimi odrazy v nich.

Úloha č. 6: *V hale byla umístěná tři zrcadla a stáli jsme tam já, David a služebná. Byli jsme zrovna tak zajímavě rozestavění, že každý z nás viděl v každém ze tří zrcadel jinou osobu. Nakreslete, jak jsme mohli být rozmístění my tři a jak zrcadla, aby toto nastalo.*

„Vy mě znáte? Co byste potřeboval?" zeptala se zaskočená služebná.

„Dovtípil jsem se, že to budete vy, tak jsem se chtěl ujistit, že se nepletu. Pan

Whitaker nám vyprávěl o vašich kulinářských schopnostech a měl jsem minule možnost tu vaši dobrotu sám ochutnat," řekl a přitom se na mě otočil s kyselým výrazem v obličeji, zatímco jsme stoupali po schodišti vzhůru.

„Dobrý den, pánové, s čím přicházíte?" pozdravil nás srdečně pan továrník, který už seděl v salónku na křesle u okna. Vzápětí dodal: „Děkuji vám, Dorothy, a teď byste nám mohla přinést kávu a nějaký dezert."

„Promiňte, ale byl bych rád, kdyby tu teď Dorothy zůstala s námi," zastavil jsem ji ve dveřích, „ono se jí to totiž také týká." Služebná zůstala velmi překvapeně stát a stejně překvapený byl i pan Whitaker, a tak jsem rovnou přistoupil k jádru věci: „Konečně se nám povedlo najít souvislost mezi onemocněním vaší ženy a malého chlapce, kterého jsem ošetřoval tentýž den. Oba totiž jedli v nedávné době moučníky připravené vaší služebnou Dorothy. Nemáme to samozřejmě potvrzené, a proto bychom vás chtěli poprosit o spolupráci a svolení s odběry. Jediné, co mi ještě není úplně jasné, je to, jak se nakazili zaměstnanci továrny."

„To vám snadno vysvětlím," řekla ode dveří Dorothy, „občas, když tu nějaké jídlo zbývá, zanesu jim ho tam. Nemám ráda, když se jídlo jen tak vyhazuje, a co víc, ti chudáci tam dřou za málo peněz, a tohle jim aspoň zlepší den. Netušila jsem, že bych tím mohla komukoli ublížit. Samozřejmě udělám, co mi řeknete, hlavně když to pomůže ostatním."

„Jak přesná vůbec ta vyšetření jsou?" zeptal se továrník na odlehčení situace.

„To samozřejmě záleží na konkrétním typu testu a hlavně na tom, jak zkušený je člověk, který ho provádí," odpověděl jsem a při té příležitosti si vzpomněl na svá studentská léta.

Úloha č. 7: *Tehdy si chtěl asistent, který vedl mikrobiologickou laboratoř, otestovat, jak přesně dokážu rozlišovat grampozitivní (G+) a gramnegativní (G-) bakterie. Zjistil, že jen 80 % grampozitivních vzorků jsem označil správně jako G+ a jenom 64 % vzorků, které jsem označil jako G+, bylo doopravdy grampozitivních. Kolik procent ze všech vzorků jsem celkově vyhodnotil správně, jestliže mi na začátku dal profesor sadu vzorků, ve které byl stejný počet grampozitivních a gramnegativních?*

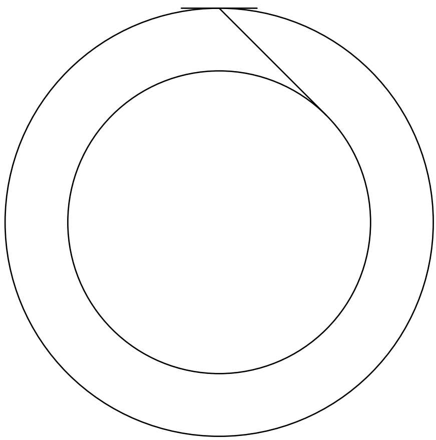
Poté jsem služebné i panu továrníkovi vysvětlil, že není dobré, aby se dále podílela na přípravách či servírování jídla, přinejmenším do doby, než všechno potvrdí lékaři z infekční kliniky a poradí, jaká další opatření zavést. Pak už jsme s Davidem a panem Whitakerem přešli k rozhovoru o našich dalších zálibách a vůbec všem, o čem jsme se bavili i včera večer. David mi při tom poděkoval, že jsem ho alespoň na pár dní vytrhl z běžného pracovního života. Nakonec dodal, že jeho kolegové zajisté ocení, až jim bude vyprávět o tom, jak mi pomáhal vypátrat tyfovou Dory.

Vzorová řešení a komentáře
k 4. sérii úloh

Úloha č. 1

Středy předního a zadního kola bicyklu jsou od sebe vzdálené 2 yardy. Průměr obou kol je 1 yard. Rovina předního kola se oproti rovině zadního kola může vytočit nejvýše o 45°. Jaké nejmenší kružnice může bicykl předním a zadním kolem vytvořit v bahně za předpokladu, že chlapci jezdí pomalu a při jízdě do zatáčky tak zadní kolo zůstává stále kolmo k zemi.

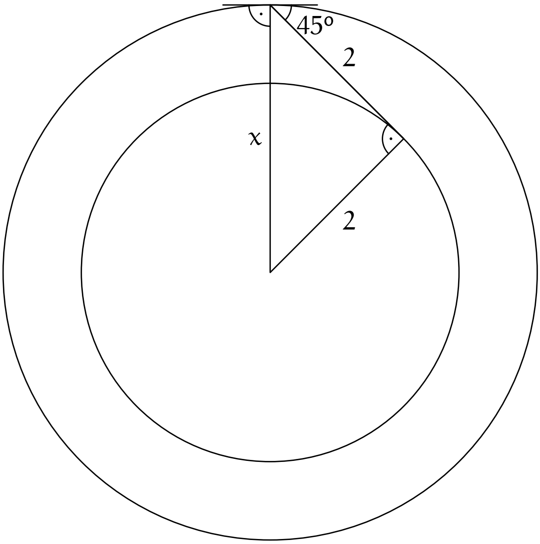
Řešení: První důležitá myšlenka byla uvědomit si, že obě kola budou obíhat po různých kružnicích. Navíc bylo dobré si uvědomit, že se u jízdního bicyklu točí jen přední kolo (obr. 1).



Obr. 1

Druhou důležitou myšlenkou bylo, že středy těchto kružnic budou jeden a ten samý bod, který bude na průsečíku os kol. Když najdeme tento střed, tak zjistíme, že máme pravoúhlý trojúhelník, kde je jeden ze zbývajících úhlů 45 stupňů. To znamená, že je i rovnoramenný. Takže máme rovnoramenný, pravoúhlý trojúhelník, ve kterém známe jednu odvěsnu tj. vzdálenost kol (obr. 2).

Vzdálenost jednoho kola od středu je dva, vzdálenost druhého je délka pře-



Obr. 2

pony v tomto trojúhelníku, což se vypočítá ze vztahu $x^2 = 2^2 + 2^2$, což znamená, že $x = \sqrt{8} = 2 \cdot \sqrt{2} = 2{,}82$.

Velikosti poloměrů kružnic v bahně jsou 2 yardy a cca 2,82 yardů.

Komentář: Značná část řešitelů nepochopila, že kluci budou na kole opravdu jezdit, ale myslela si, že budou jenom otáčet kolem na místě. Další část si myslela, že se na bicyklu točí i zadní kolo. Další problém byl ten, že si neuvědomovali, že každé kolo pojede po jiné kružnici. Jsem ale rád, že se našla spousta správných řešení.

Úloha č. 2

Pan učitel má doma ve skříni 50 *párů ponožek, každý v jiném z po sobě jdoucích odstínů šedi. Ráno vždy poslepu sáhne a vytáhne libovolné dvě z těchto ponožek a nasadí si je na nohy. Pokud se ponožky na jeho nohách liší nejvýše o jeden stupeň šedé, nikdo si toho nevšimne a pan učitel vypadá normálně, jinak ale vypadá jako podivín. Jaká je pravděpodobnost, že bude pan učitel v daný den vypadat normálně? (Musíme ještě dodat, že večer samozřejmě pan učitel ponožky, které nosil, vrátí zpátky do skříně, aby tam ráno měl opět všech* 50 *párů.)*

Řešení: Jistě nezáleží na tom, jestli si pan učitel tahá ponožky postupně, nebo obě najednou, protože informace, kterou získá ve chvíli, kdy si vytáhne jednu ponožku, nemůže ovlivnit to, jak tahá ponožku druhou. Úlohu je tedy nejlepší si rozdělit na 2 situace:

a) První situace nastane ve chvíli, kdy si vytáhneme jednu z nejsvětlejších, nebo nejtmavších ponožek. Taková situace nastane s pravděpodobností $\frac{4}{100}$ tedy 4 %. K takovéto ponožce máme celkem 3 možnosti, jak vytáhnout „normální" dvojici ($1\times$ od stejné barvy, $2\times$ o 1 stupeň tmavší, popřípadě světlejší). Pravděpodobnost, že k první ponožce vytáhneme správnou, je v tomto případě $\frac{3}{99}$ (jednu ponožku jsme už vytáhli, zbývá 99).

Obě pravděpodobnosti jsou na sobě závislé, první podmiňuje druhou, proto musíme obě hodnoty společně vynásobit, abychom se dostali k celkové pravděpodobnosti této situace. Kdybychom je pouze přičetli, tak je rozdělíme na 2 nezávislé situace.

b) Druhá situace je doplňková k té první, tedy, že nevytáhneme ani jednu z „krajních" ponožek. Tato situace nastane s pravděpodobností 96 %. Každá z těchto ponožek k sobě má 5 ve zbylých 99 takových, že v nich pan učitel bude vypadat normálně ($1\times$ stejná barva, $2\times$ tmavší, $2\times$ světlejší), tedy s pravděpodobností $\frac{5}{99}$ si k první ponožce vytáhne druhou.

Opět se jedná o podmíněnou pravděpodobnost, tedy opět obě hodnoty společně vynásobíme a získáme pravděpodobnost této situace.

Protože může nastat jedna, nebo druhá z výše uvedených situací, sečteme jejich hodnoty dohromady. Tím získáme celkovou pravděpodobnost, tedy hodnotu $\left(\frac{4}{100}\cdot\frac{3}{99}\right)+\left(\frac{96}{100}\cdot\frac{5}{99}\right)$, což je přibližně 5 %.

Komentář: Pokud jste se přiblížili k hodnotě 5 %, ale postup nebo myšlenka postupu byly špatně, tak jsem Vám výsledek neuznal. Nejen proto, že u úlohy z pravděpodobnosti by neměla na ohodnocení mít vliv náhoda, ale hlavně proto, že takové ohodnocení Vám nic nepřinese. :)

Úloha č. 3

„Vypráví se, že v jednom klášteře kdesi v horách si mniši už po dlouhá staletí udržují jisté tajné číslo a na znamení nekonečného růstu vesmíru každý rok v den zimního slunovratu toto číslo vynásobí 11 *a jako tajné číslo si zapamatují tento součin. Jediné, co se komukoli podařilo zjistit je fakt, že v roce jedna našeho letopočtu po zimním slunovratu tajné číslo končilo dvojčíslím* 11*. Nyní je rok* 1 907*. V kterém nejbližším roce mniši dosáhnou při zimním slunovratu tajného čísla, které bude končit stejným trojčíslím, jako končilo po slunovratu v roce jedna?"*

Řešení: Většina řešitelů zjišťovala, jak se budou poslední cifry chovat při postupném násobení jedenácti, proto tento postup zvolíme i ve vzorovém řešení. (Já jsem čekal, že část řešitelů bude hledat mocninu jedenácti, která končí na 001, ale nakonec takto postupoval jen Vladimír Chudý).

Abychom zrekapitulovali zadání, víme, že v roce jedna číslo končilo na $x11$, kde x je neznámá číslice. Každý rok se číslo násobí jedenácti, a hledáme nejbližší rok po roce 1 907, kdy číslo bude opět končit na $x11$.

Nejjednoduší je začít poslední číslicí, protože ta se násobením jedenácti nemění $(xy1 \cdot 11 = xy1 \cdot 10 + xy1)$. A protože se poslední číslice nemění, k předposlední číslici se při každém vynásobení (jedenácti) přičte jedna, takže má zjevně periodu délky 10 (po každém desátém vynásobení je stejná) a postupně prochází přes všechny cifry $(1, 2, 3, 4, \ldots, 9, 0)$.

Trochu těžší je určovat vývoj u třetí číslice od konce, protože k tomu se přičítají různá čísla v závislosti na předposlední číslici. Abychom určili nějakou pravidelnost tohoto přičítání, musíme spočítat, jak se číslo změní vždy po deseti vynásobení, kdy se z předposledního místa budou přičítat opět stejné cifry (a protože nakonec hledáme číslo, které bude mít stejné poslední tři cifry, díky předposlední číslici nás ostatní mezivýsledky než desáté násobky ani nezajímají). Když se číslo desetkrát vynásobí jedenácti, tak se ke třetí číslici od konce postupně přičtou všechny číslice, které byly na předposledním místě (tedy $1, 2, \ldots 9, 0$) a přičte se jedna navíc, protože se tak projeví desítka z předposledního místa. Tedy číslice se zvedne o 6 (přičte se 46).

Protože toto platí po každém desátém vynásobení jedenácti, hledáme, kolikrát musíme k neznámé číslici přičíst 6, aby zůstala stejná (poslední číslice), tedy:

$$x, x + 6, x + 12(+2), x + 18(+8), x + 24(+4), x + 30(x + 0).$$

Šestku patrně musíme přičíst pětkrát. (Trochu chytřeji to jde vyjádřit, že hledáme nejmenší násobek šesti dělitelný desíti).

Perioda, kdy se poslední trojčíslí bude opakovat je tedy 50 let. Pokud hledáme číslo, které končilo na stejné trojčíslí jako číslo v roce 1, jsou to:

$$51, 101, 151, \ldots, 1\,901, 1\,951.$$

Proto nejbližší datum, kdy se toto trojčíslí bude opakovat po roce 1 907, je 1 951.

Komentář: Mezi řešeními se často objevil postup, že řešitel vyzkoušel (buď ručně nebo programem), že se číslo opakuje po padesáti a předpověděl, že to tak bude fungovat pořád. Pokud tato předpověď nebyla podložena, tak jsem plný počet bodů nedával. Dále bych chtěl vyzvedout řešení Adély Karolíny Žáčkové, která správně dokazovala výrazně více mezikroků než ostatní.

Úloha č. 4

Rybník, tvaru kuželu, má za normálních podmínek uprostřed maximální hloubku 3 yardy a jeho kruhovitá hladina má průměr 500 yardů. Nyní z něj rybáři už vypustili polovinu objemu vody. Jaká je teď jeho maximální hloubka uprostřed?

Řešení: Objem vody v nevypuštěném rybníku spočítáme jako objem kuželu s poloměrem o velikosti půlky průměru hladiny $r = \frac{500}{2} = 250$ yardů a výškou (hloubkou) $v = 3$ yardy:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot v = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 250^2 \cdot 3.$$

Voda v upuštěném rybníku vytvoří kužel, v něm si označíme r_u poloměr hladiny a v_u hloubku vody. Jeho objem spočítáme pomocí vzorečku:

$$V_u = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_u^2 \cdot v_u.$$

Víme, že rybáři upustili polovinu vody, proto platí:

$$\frac{V}{2} = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot v = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot 250^2 \cdot 3 = V_u = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_u^2 \cdot v_u,$$

$$\frac{1}{6} \cdot r^2 \cdot v = \frac{1}{3} \cdot r_u^2 \cdot v_u,$$

$$\frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot v = r_u^2 \cdot v_u.$$

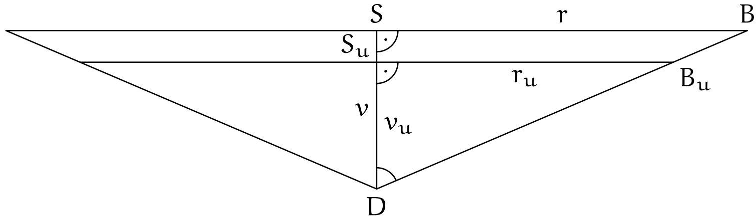
Získali jsme jednu rovnici o dvou neznámých, k dopočítání potřebujeme ještě jednu rovnici. Tu získáme pomocí faktu, že jde o ten samý rybník.

Voda v upuštěném rybníku bude ve tvaru kuželu podobnému původnímu kuželu. Provedeme těmito kužely řez kolmý na hladinu a procházející středem rybníka. Tak získáme trojúhelníky SBD a S_uB_uD (obr. 3), které mají stejné úhly SDB, S_uDB_u a pravý úhel u vrcholu S respektive S_u, jsou tedy podobné podle věty uu. Proto bude poměr jejich stran stejný tj.

$$\frac{r}{v} = \frac{SB}{SD} = \frac{S_uB_u}{S_uD} = \frac{r_u}{v_u}.$$

Z tohoto poměru si vyjádříme r_u:

$$r_u = v_u \cdot \frac{r}{v} = v_u \cdot \frac{250}{3}.$$



Obr. 3

Máme druhou rovnici se stejnými neznámými, můžeme tedy do první rovnice dosadit za r_u a upravit:

$$\frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot v = r_u^2 \cdot v_u,$$
$$\frac{1}{2} r^2 \cdot v = \left(v_u \cdot \frac{r}{v}\right)^2 \cdot v_u,$$
$$\frac{1}{2} r^2 \cdot v = \frac{r^2}{v^2} \cdot v_u^2 \cdot v_u,$$
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{r^2 \cdot v \cdot v^2}{r^2} = v_u^3,$$
$$\frac{v^3}{2} = v_u^3.$$

Z toho vyjádříme v_u pomocí třetí odmocniny:

$$v_u = \sqrt[3]{\frac{v^3}{2}},$$
$$v_u = \frac{v}{\sqrt[3]{2}} = \frac{3}{\sqrt[3]{2}}.$$

Vypočítali jsme, že hloubka upuštěného rybníka bude $\frac{3}{\sqrt[3]{2}}$ yardu. Toto je přesný a správný výsledek, pokud by nás přesto zajímala přibližná hodnota, tak je to zhruba 2,3811 yardů.

Komentář: Vypočítat objem nevypuštěného rybníka zvládla většina řešitelů. Všimout si podobnosti trojúhelníků a dopočítat se až k řešení dělalo větší problémy. V bodování jsem proto byla mírnější. Znovu připomínám, že můžeme počítat s přesnými hodnotami a neznámými a dosazovat až na závěr. Nemusíme tak „cestou“ zaokrouhlovat a dopočítáme se k přesnému výsledku.

Úloha č. 5

Rybáři mají u cesty připravené ryby ve velkém množství nádob. V malých džberech mají vždy 3 ryby, ve větších džberech mají 5 ryb a v každé kádi je 16 ryb. Na korbu auta chtějí naložit přesně 100 ryb. Může se jim to povést naložením přesně 18 nádob, aniž by v některé z nich měnili počet ryb?

Řešení: Nejprve provedeme několik označení, které budeme dále v textu využívat. Mějme tedy postupně počty malých a větších džberů jako x a y a kádě označené písmenem z. Tedy v malých kádích se plácá $3x$ ryb, kdežto ve větších plave $5y$ rybek. No a na $16z$ šťastlivců vyzbylo místo v kádích.

Ze zadání pak dostaneme tyto rovnice:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 18, \\ 3x + 5y + 16z &= 100. \end{aligned}$$

Z první rovnice vyjádříme $x = 18 - y - z$, po dosazení do druhé rovnice a úpravě dostaneme:

$$2y + 13z = 46.$$

Protože x, y, z mají být nezáporná celá čísla a člen $2y$ je vždy sudý, musí být i z sudé. Pokud $z = 0$ pak $y = 23$ což je víc než 18. Pokud $z = 2$ pak $y = 10$ a $x = 6$. Pokud $z = 4$ a víc pak musí být y záporné.

Odpověď: Ano je to možné použitím 6 malých džberů, 10 větších a 2 kádí.

Komentář: Naprostá většina řešitelů měla úlohu dobře (i když někteří použili metodu pokus omyl). U řešení, ve kterých nebyl uveden postup, jsem strhával bod, je potřeba uvést alespoň základní myšlenku postupu.

Úloha č. 6

Benzín na pumpě ve vzdálenosti 2 míle od vily stojí 28 pencí, kdežto 22 mil od vily je benzínka, kde je levnější. Přitom spotřeba kabrioletu je 8 galonů na 100 mil a další náklady na opotřebení a servis vozu jsou 2 pence na míli. Kolik by musel stát benzín na vzdálenější pumpě, aby se panu Whitakerovi vyplatilo k ní dojet a přivézt si odtamtud v kanystrech 40 galonů benzínu?

Řešení: Napřed vyjasníme nejasnosti v zadání. V zadání je napsáno, že Whitaker si z pumpy přiveze právě 40 galonů (třeba tam prodávají jen taková balení). Velká část řešitelů z různých důvodů předpokládala, že pan Whitaker koupí levnějšího benzínu trochu více (na cestu zpátky, na cestu tam i zpátky, nebo na části těchto cest). Pokud to bylo zdůvodněno nebo to dávalo smysl (a řešitel věděl, s jak drahým benzínem počítá), tak jsem žádné body nestrhával. Ale do vzorového řešení píšu variantu, kdy pan Whitaker koupí i přiveze právě 40 galonů a jezdí na dražší benzín.

Spočítáme si tedy náklady na obě cesty.

Náklady na kratší cestu:

$4\,\text{míle} + 4 \cdot 2\,\text{pence} = \frac{8}{25}\,\text{galonů} + 8\,\text{pencí} = 28 \cdot \frac{8}{25} + 8 = 53 \cdot \frac{8}{25} = 16{,}96\,\text{pencí}.$ (Někteří řešitelé to počítali i s nákupem 40 galonů, potom to vycházelo 1136,96.)

Náklady na delší cestu:

$44\,\text{mil} + 88\,\text{pencí}$, což je tedy $11 \cdot 53 \cdot \frac{8}{25} = 186{,}56\,\text{pencí}$. (Tady se projeví, s jak drahým benzínem počítáme.)

Aby se panu Whitakerovi vyplatilo dojet na vzdálenější pumpu, musel by nákupem ušetřit přes 169,6 pencí. To znamená, že na jednom galonu by musel ušetřit přes $\frac{169{,}6}{40} = 4{,}24$ pence. Tedy na vzdálenější pumě by musel být benzín levnější než za 23,76 pencí.

Pokud řešitelé počítali, že pan Whitaker koupil na vzdálenější pumpě rovnou i benzín na cesty tam a zpátky (další 3,52 galony), vyplácelo se to už od ceny 24,1 pencí (rovnost platila pro 24,103pencí). A pokud řešitelé počítali cestu tam za dražší benzín a zpátky za levnější, tak to vycházelo na 23,9387 pencí. Všechny tyto varianty jsem uznával.

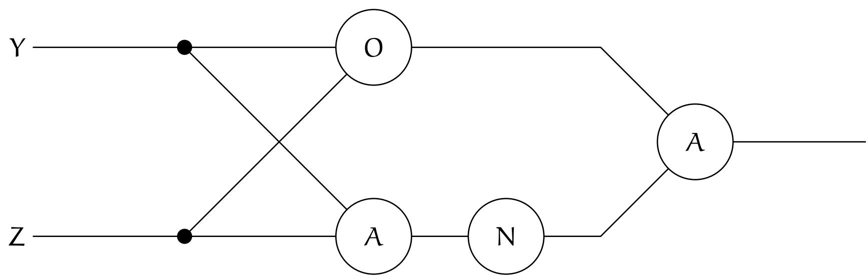
Komentář: Řešení jsem bodoval přísně. Pokud řešitel dvakrát počítal různé ceny benzínu (a nedávalo to smysl), tak jsem strhával jeden bod. Za každý podstatnější problém jsem strhával hned dva body.

Úloha č. 7

Inženýr používá tři součástky. Jedna z nich, kterou označuje A*, funguje jako logická konjunkce, tedy že zapne výstup pouze tehdy, když jsou zapnuté oba její vstupy. Druhá součástka, označená* O*, funguje v podstatě jako disjunkce, čili zapne výstup tehdy, když je zapnutý alespoň jeden z jejích dvou vstupů. Poslední základní součástka nese symbol* N*, na rozdíl od předchozích má jenom jeden vstup a funguje jako negace, tedy když je vstup zapnutý, vypne svůj výstup a naopak. Z těchto základních součástek si pak občas poskládá některé další, kterým pak přiřadí značku, aby nemusel ve složitějších obvodech opakovaně kreslit jejich vnitřní zapojení. A ještě bych měl doplnit, že výstup z jedné součástky lze libovolně rozvětvit (přičemž všechny větve budou mít stejnou hodnotu zapnutí/vypnutí jako větev původní), abychom ho mohli připojit do více různých součástek, ale nelze spojit výstupy ze dvou součástek přímo k sobě, aniž by se spojovali v nějaké další sou-*

částce. Když se podíváte na obrázek (obr. 4), uvidíte na něm všechny součástky, o kterých jsem mluvil. Vstupy jsou vlevo, výstup je vpravo a podle slov inženýra bude výstup tohoto obvodu zapnutý ve chvíli, kdy bude vypnutý vstup Y*, a dále ve chvíli, kdy budou zároveň zapnuté vstupy* X *i* Z*. Navrhněte takové zapojení, které má* 5 *vstupů a jeden výstup, který se zapne právě tehdy, když bude zapnutý sudý počet vstupů.*

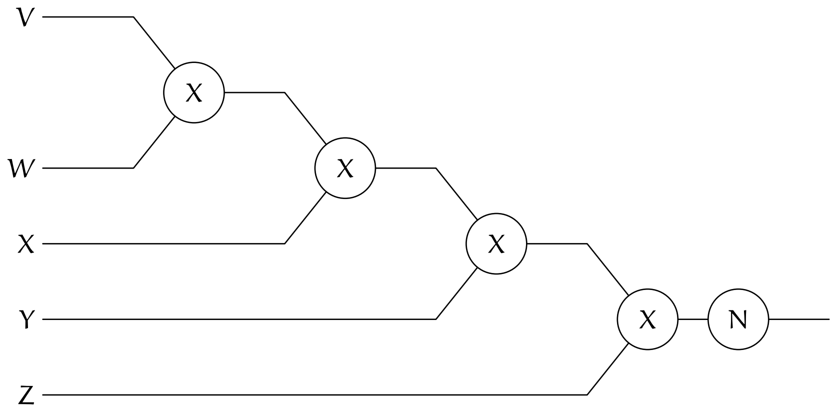
Řešení: Kdybychom měli součástku se dvěma vstupy, která by měla výstup zapnutý právě tehdy, když by byl zapnutý právě jeden vstup, byla by tvorba zapojení jednoduchá. Nazvěme si tuto součástku X. Pokud pomocí ní propojíme dva vstupy a k výstupu přes další součástku X připojíme třetí vstup, zjistíme, že výstup tohoto zapojení je opět zapnutý právě tehdy, když je zapnutý lichý počet vstupů. To se nezmění ani připojením dalšího vstupu přes další součástku X, neboť bude-li čtvrtý vstup zapnutý, změní se počet zapnutých vstupů z lichého na sudý a naopak, a stejně tak se výstup oproti předchozímu změní, naopak při vypnutém čtvrtém vstupu se nezmění ani počet zapnutých vstupů, ani hodnota oproti předchozímu výstupu. Takto za sebe můžeme zřetězit libovolný počet součástek X a výstup vždy bude zapnutý při lichém počtu zapnutých vstupů. V naší úloze nám stačí čtyři součástky X (obr. 4) a pouze nesmíme zapomenout na konec přidat negaci, neboť nás zajímá sudý počet vstupů.



Obr. 4

Nyní už stačí jen najít vnitřní zapojení součástky X. Možností je několik, jedna z nejjednodušších je na obrázku (obr. 5).

Komentář: Při opravování jsem narazil na dvě časté chyby. Jednak si část řešitelů vyložila zadání tak, že stačí, aby vymysleli nějaké zapojení a jednu kombinaci zapnutých a vypnutých vstupů, pro kterou bude fungovat. V takovém případě jsem podobně jako u jiných chybných řešení obvykle udílel 1–2 body. Dalším



Obr. 5

problémem bylo, že několik lidí zapomnělo nebo dokonce záměrně vyloučilo možnost, kdy jsou všechny vstupy vyplé. Ovšem i v tomto případě je zapnutý sudý počet vstupů, neboť nula je samozřejmě sudé číslo. Za tato řešení, která jinak byla správná, jsem dával 4 body. Úloha byla opravdu těžká a vyžadovala trikový nápad se součástkou X, ale našli se i tací, kteří úlohu udolali mohutným zapojením, které v podstatě rozebralo všechny možnosti. Jim tentokrát patří můj obdiv, že se nezalekli a bojovali.

Úlohy čtvrté série opravovali a komentáře sepsali: 1. Lukáš Kubacki, 2. Martin Černý, 3. Marie Vonzino a František Steinhauser, 4. Martin Černý a Lenka Vábková, 5. Jiří Štrincl, 6. Marie Vonzino a František Steinhauser, 7. Miroslav Koblížek.

Výsledková listina Pikomatu MFF UK

po 4. sérii

Celkově	*V roč.*	*Jméno a příjmení*	*Roč. a škola*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*P*	*σ*	*Σ*
1.–3.	1.	Michal Beránek	8. GVOP	4	5	5	5	5	5	5	-	*30*	**120**
	1.–2.	Ludmila Hana Houfková	9. GMHS	5	5	-	5	5	5	5	-	*30*	**120**
		Klára Pernicová	9. GZAS	5	5	5	5	5	5	-	-	*30*	**120**
4.–6.	2.	Kryštof Pravda	8. GMSP	5	5	4	5	5	5	-	-	*29*	**118**
	3.–4.	Jakub Kislinger	9. GJVK	5	5	5	5	5	3	5	-	*30*	**118**
		Adéla Karolína Žáčková	9. GCDP	5	5	5	5	5	5	4	-	*30*	**118**
7.–8.	5.–6.	Robert Gemrot	9. GHAV	5	5	5	5	5	5	4	-	*30*	**117**
		Petr Khartskhaev	9. PORG	5	5	5	5	5	3	4	-	*29*	**117**
9.–12.	3.	Klára Hubínková	8. GMNP	5	5	5	5	5	4	5	-	*30*	**116**
	7.–9.	Lukáš Frk	9. GNAP	-	5	5	5	5	5	2	-	*27*	**116**
		Lenka Ježková	9. PJZS	4	5	5	5	5	5	4	-	*29*	**116**
		Magdaléna Mišinová	9. GJKP	5	4	5	5	5	3	5	-	*29*	**116**
13.–14.	10.–11.	Václav Janáček	9. GKJB	5	2	5	5	5	3	5	-	*28*	**115**
		Milan Malačka	9. GNAP	4	5	5	5	5	5	-	-	*29*	**115**
15.	12.	Mikuláš Brož	9. GNSP	-	5	5	5	5	5	5	-	*30*	**114**
16.	13.	Lubor Čech	9. GMIK	5	5	5	5	5	2	5	-	*30*	**113**
17.	4.	Tomáš Flídr	8. GKRO	1	5	4	5	5	3	5	-	*27*	**111**
18.–21.	1.–2.	Matyáš Hebert	7. ZSKD	5	5	5	5	5	5	5	-	*30*	**110**
		Anna Hronová	7. GKJB	5	5	3	5	5	4	5	-	*29*	**110**
	5.	David Hájek	8. ZSJW	-	5	4	5	5	5	-	-	*24*	**110**
	14.	David Kamenský	9. GBRV	5	3	5	5	5	5	5	-	*30*	**110**
22.	6.	Petr Hladík	8. GMNP	5	5	5	-	5	5	-	-	*25*	**109**
23.–25.	15.–17.	Jan Heřta	9. GSOV	5	3	4	5	5	5	4	-	*28*	**108**
		Vladimír Chudý	9. ZSRD	5	1	5	5	5	5	4	-	*29*	**108**
		Klára Churá	9. GCHB	5	-	1	5	5	5	5	5	*21*	**108**
26.	7.	Jan Poláček	8. GBRV	5	0	4	5	5	5	0	-	*24*	**105**
27.	8.	Filip Zikeš	8. GPBZ	5	5	5	5	5	5	5	-	*30*	**103**
28.–29.	3.	Jan Tesařík	7. GBEN	5	5	5	5	5	3	-	-	*28*	**102**
	18.	Hana Slámová	9. GKJB	-	5	-	5	5	5	4	-	*24*	**102**
30.	9.	Josef Knápek	8. GVOL	5	3	5	3	5	3	5	-	*26*	**101**
31.	19.	Klára Zemanová	9. PORG	-	2	-	5	5	5	4	-	*21*	**99**
32.–33.	20.–21.	Vojtěch Bořík	9. CGMN	5	2	-	5	5	4	5	-	*26*	**98**
		Jan Schmidtmayer	9. GCAK	2	3	0	5	5	5	-	-	*20*	**98**
34.–35.	10.–11.	Šimon Glück	8. GPIS	2	3	5	3	5	5	2	-	*23*	**97**
		Karolína Jelínková	8. AGKP	1	5	-	5	5	5	2	-	*23*	**97**
36.–38.	4.–5.	Vanda Hutařová	7. GTMP	5	5	-	5	5	5	-	-	*25*	**94**
		Martina Lauerová	7. GNAP	3	3	1	5	5	5	-	-	*22*	**94**

Celkově	*V roč.*	*Jméno a příjmení*	*Roč. a škola*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*P*	*σ*	*Σ*
36.–38.	22.	Erik Sedlak	9. GASK	1	4	4	5	5	5	4	-	*27*	**94**
39.	12.	Natálie Prušáková	8. ZSDS	5	0	3	5	5	4	-	-	*22*	**93**
40.–41.	13.–14.	Radomír Mielec	8. GVOL	-	2	4	5	5	5	1	-	*22*	**92**
		Filip Vopálenský	8. MLGP	-	2	5	5	5	5	-	-	*22*	**92**
42.–46.	15.–18.	Sára Byšková	8. ZSJZ	-	5	-	0	5	5	-	-	*15*	**88**
		Martin Fried	8. GJGJ	1	1	4	3	5	5	1	-	*19*	**88**
		Vlaďka Raclavská	8. SLGO	-	5	-	3	5	-	-	-	*13*	**88**
		Vladimír Vávra	8. ZSJE	-	2	5	-	5	5	-	-	*17*	**88**
	23.	Jana Čákorová	9. SGTP	1	3	5	5	5	5	-	-	*24*	**88**
47.–48.	19.–20.	Robin Palán	8. GJGJ	3	3	4	1	5	3	3	-	*21*	**86**
		Kateřina Tereza Skoupá	8. GBLA	5	-	2	5	2	5	-	-	*19*	**86**
49.	24.	Julie Rubášová	9. BGBN	1	1	2	3	5	5	2	-	*18*	**84**
50.–52.	6.–7.	Tereza Kahounová	7. CGMN	1	1	3	3	5	4	1	-	*17*	**81**
		Lukáš Trecha	7. GZNS	-	5	-	5	5	3	-	-	*18*	**81**
	21.	Lenka Jenčíková	8. GCAK	1	2	1	5	5	5	1	-	*19*	**81**
53.	8.	Nikola Kášková	7. GTVL	1	2	1	5	4	3	1	-	*16*	**80**
54.–55.	1.	Marek Pišťák	1. GJHP	-	5	-	5	5	-	-	-	*15*	**77**
	22.	Mariia Graboviuk	8. ZPAL	2	3	1	5	5	5	0	-	*21*	**77**
56.–57.	9.	Adam Ucháč	7. ZSSJ	-	1	4	5	5	3	4	-	*22*	**75**
	23.	Martin Mlejnecký	8. GSPI	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**75**
58.	25.	Anna Jurtíková	9. GINT	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**74**
59.–61.	10.	Vojtěch Štěpán	7. GBEN	-	5	1	-	4	5	-	-	*15*	**72**
	26.–27.	Filip Gabriel	9. GCST	4	-	4	5	5	3	-	-	*21*	**72**
		Václav Trpišovský	9. OPEN	1	-	5	5	5	5	-	5	*16*	**72**
62.–63.	2.	Adéla Hodboďová	1. ZSZE	1	1	2	2	5	3	1	-	*14*	**71**
	24.	Miroslav Novotný	8. ZSTM	0	0	5	2	5	3	0	-	*15*	**71**
64.–65.	28.–29.	Kateřina Hönigerová	9. GLNS	5	1	-	-	5	3	-	-	*14*	**69**
		Veronika Krčmáriková	9. GMAS	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**69**
66.–67.	25.–26.	Jakub Mezera	8. ZSTR	-	-	-	-	5	5	-	-	*10*	**68**
		Vojtěch Vařecha	8. GTIS	-	-	1	5	5	-	-	-	*11*	**68**
68.	3.	Filip Hodboď	1. ZSZE	1	1	2	2	5	3	1	-	*14*	**67**
69.	27.	Tomáš Čurda	8. GCDP	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**66**
70.	28.	Filip Absolon	8. ZSKM	1	0	1	2	5	3	1	-	*13*	**64**
71.–74.	11.	Jolana Štraitová	7. GBUD	-	5	1	2	-	5	-	-	*13*	**63**
	29.–30.	Markéta A. Doležalová	8. BGUK	5	-	2	-	5	5	5	-	*22*	**63**
		Kryštof Veverka	8. JGNA	-	-	-	1	-	3	-	-	*4*	**63**
	30.	Anička Hollmannová	9. GDAR	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**63**
75.–76.	31.–32.	Šimon Skoumal	8. PORG	-	-	-	5	1	5	-	-	*11*	**61**
		Kristián Šťastný	8. GOST	1	3	-	-	-	5	-	3	*6*	**61**
77.–80.	1.–2.	Tereza Bencková	6. GEKP	-	0	2	-	5	5	-	-	*12*	**60**
		Karolína Biolková	6. ZSEK	-	5	5	-	5	-	-	-	*15*	**60**
	33.	Alena Zemánková	8. ZVAH	-	-	-	3	-	-	-	-	*3*	**60**
	31.	Karolína Letochová	9. GSTE	1	1	-	2	2	5	-	-	*11*	**60**
81.–82.	34.–35.	A. Rosenbergová	8. ZSTH	-	-	-	-	5	4	-	-	*9*	**58**

Celkově	*V roč.*	*Jméno a příjmení*	*Roč. a škola*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*P*	σ	Σ
81.–82.	34.–35.	Jan Šuráň	8. GSPI	-	-	-	-	5	5	-	-	*10*	**58**
83.	36.	Ondřej Janeček	8. PORG	-	-	2	-	5	-	-	-	*7*	**57**
84.–85.	37.	Eliška Márová	8. ZSRA	1	0	0	1	5	-	0	-	*7*	**56**
	32.	David Ferenz	9. ZSRV	-	0	-	-	-	-	-	-	*0*	**56**
86.–87.	33.–34.	Eliška Dorušková	9. GRPR	2	1	-	5	5	5	-	-	*18*	**55**
		Tereza Janíková	9.	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**55**
88.–90.	3.	Antonín Šámal	6. GFXS	-	1	-	-	5	-	-	-	*6*	**54**
	12.	Patrik Jendele	7. ZSNZ	-	-	5	-	-	5	-	-	*10*	**54**
	38.	Antonín Rousek	8. GPDA	-	-	-	1	5	5	2	-	*13*	**54**
91.	35.	Kateřina Matulová	9. BGBN	-	-	1	-	5	5	-	-	*11*	**51**
92.–94.	39.–40.	Lucie Chromečková	8. ZSMK	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**50**
		Jan Kotrlík	8. GMNP	-	0	-	3	5	4	-	-	*12*	**50**
	36.	Dominik Belza	9. GBIB	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**50**
95.–97.	1.	Patrik Rosenberg	5. ZSTH	-	-	-	2	5	1	-	-	*8*	**49**
	41.	Hana Bečvářová	8. GMNP	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**49**
	37.	Ondřej Chlubna	9. GOAO	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**49**
98.	13.	Petr Hladký	7. GSRY	-	3	-	3	5	5	1	-	*17*	**47**
99.	42.	Antonie Erika Grant	8. AGKP	-	3	-	-	5	1	1	-	*10*	**45**
100.	43.	Tomáš Foral	8. ZSBL	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**43**
101.–102.	14.	Jana Horňáčková	7. ZSBC	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**42**
	44.	Daniela Cieslarová	8. MZSN	-	0	-	3	5	-	0	-	*8*	**42**
103.	45.	Anna Procházková	8. ZSRA	-	-	-	3	5	5	-	-	*13*	**41**
104.–106.	4.	Eliška Gemperlová	6. GNKP	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**39**
	46.	Jindřiška Palatová	8. ZSPJ	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**39**
	38.	Doubravka Horáková	9. ZSSZ	-	0	-	-	5	5	-	-	*10*	**39**
107.–108.	5.	Michaela Štouralová	6. GSOV	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**38**
	39.	Tomáš A. Kovanda	9. AGKP	-	0	-	-	-	2	-	-	*2*	**38**
109.–110.	6.	Šimon Genčur	6. BGBN	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**35**
	40.	Jan Heřmánek	9. GKKO	-	-	-	-	-	3	-	-	*3*	**35**
111.–113.	1.	Jiří Dittrich	4.	-	4	-	-	-	-	-	-	*4*	**34**
	47.–48.	Hana Pasková	8. GWOP	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**34**
		Kryštof Rakovský	8. ZSJS	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**34**
114.–117.	7.	Filip Adam Chyška	6. AGKP	-	0	-	0	4	2	-	-	*6*	**33**
	15.–16.	Vojtech Kysilka	7. GRNL	-	-	-	-	5	3	-	-	*8*	**33**
		Vojtěch Peterka	7. ZSRA	-	0	-	-	-	2	-	-	*2*	**33**
	49.	Klaudie Rampasová	8. AGKP	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**33**
118.–119.	50.–51.	Martin Černý	8. ZSNL	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**32**
		Vítek Slanina	8. GCHB	-	0	-	-	4	-	-	-	*4*	**32**
120.	8.	Daniel Janeček	6. GMBP	-	5	1	5	-	3	-	-	*14*	**31**
121.–125.	1.	Marie Steinhauserová	3. ZKNE	-	5	-	-	-	-	-	-	*5*	**30**
	9.	Martin Cornejo	6. ZBNS	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**30**
	17.–18.	Vít Holoubek	7. ZSTK	-	-	-	-	5	-	-	-	*5*	**30**
		Kateřina Spáčilová	7. ZSSM	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**30**
	41.	Aleš Socha	9. ZSJC	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**30**

Celkově	*V roč.*	*Jméno a příjmení*	*Roč. a škola*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*P*	σ	Σ
126.–127.	19.	Rostislav Mates	7. ZSRA	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**29**
	42.	Alena Šindelářová	9. GZNS	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**29**
128.	20.	Světlana Dittrichová	7. ZSNN	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**28**
129.–130.	52.	Marek Čermák	8. ZSNH	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**27**
	43.	Dominik Hrdý	9. ZSHC	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**27**
131.–132.	21.–22.	Kateřina Holečková	7. GFMP	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**26**
		Markéta Najmanová	7. ZSFP	-	-	-	-	5	-	-	-	*5*	**26**
133.–138.	23.–25.	Aneta Jenšíková	7. GMNP	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**25**
		Kristýna Malcová	7. ZSMB	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**25**
		Marek Matúš	7. GSTR	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**25**
	53.–54.	Michaela Billová	8. ZSCN	-	0	-	3	5	-	-	-	*8*	**25**
		Thien Trang Pham Thi	8. GCHB	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**25**
	44.	Adam Kovalčík	9. ZSTV	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**25**
139.	45.	Hana Houzarová	9. ZSMS	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**24**
140.–142.	46.–48.	Kateřina Brádlová	9. GPDA	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**23**
		Jan Hrebík	9. OPEN	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**23**
		Tereza Vitoušová	9. GCSP	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**23**
143.–146.	10.	Eliáš Hager	6. ZSKL	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**22**
	26.	Monika Krátká	7. ZSOR	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**22**
	55.	Jan Vladimír Podlipný	8. ZSFK	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**22**
	49.	Michal Valentík	9. CZSV	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**22**
147.–149.	50.–52.	Dominik Farhan	9. GMNP	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**21**
		Magdalena Petrlová	9. GKJB	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**21**
		Jan Vavřín	9. PORG	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**21**
150.–152.	53.–55.	Dana Dvořáčková	9. ZSBO	-	-	-	-	5	-	-	-	*5*	**20**
		František Hovorka	9. GBIB	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**20**
		Gabriela Marxová	9. GDAR	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**20**
153.–155.	27.	Jan Lelek	7. ZSFC	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**19**
	56.	František Bujnovský	8. CSLH	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**19**
	56.	Jan Vondráček	9. GNAP	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**19**
156.–158.	4.–5.	Aneta Bobisudová	1. ZSHC	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**18**
		Patrik Richvalský	1. ZSOK	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**18**
	57.	Eliška Šebková	8. GDKL	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**18**
159.–163.	28.	Jiří Bojčuk	7. GBIB	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**17**
	58.–59.	Lucie Brabencová	8. GMNP	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**17**
		Vít Jevčák	8. ZSEB	-	-	-	-	-	5	-	-	*5*	**17**
	57.–58.	Vojtěch Dašek	9. PORG	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**17**
		Lada Vestfálová	9. GJER	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**17**
164.	59.	Aleš Horák	9. ZSVO	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**15**
165.–169.	11.	Kristýna Dominiková	6. BGBN	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**14**
	29.–30.	Marie Kukačková	7. GSOV	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**14**
		Linda Mrázová	7. GSOV	-	-	-	-	5	1	-	-	*6*	**14**
	60.–61.	Julie Fialová	9. ZSMD	-	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**14**
		Martin Pacák	9. ZSCD	-	0	-	-	5	-	-	-	*5*	**14**