PIKOMAT MFF UK

Milé řešitelky, milí řešitelé,

jsme velice potěšeni vaším zájmem o Pikomat. Přinášíme vám zadání dalších dvou sérií úloh (na vyřešení každé z nich máte přibližně měsíc), ale také vzorová řešení úloh minulých.

Vzorová řešení si dobře prostudujte; chcete-li, můžete o nich diskutovat se spolužáky a rodiči nebo učiteli. Jsou tady pro vás, abyste se něco nového dověděli a porovnáním se svým řešením si vzali ponaučení ze svých případných chyb.

Nedejte se, prosím, odradit, máte-li za svá řešení první série jen málo bodů. Některé úlohy byly, zvláště pro ty mladší z vás, dosti obtížné. Když se však pustíte do řešení úloh dalších, zjistíte, že se vám bude dařit čím dál lépe.

Chtěli bychom zde ještě jednou zdůraznit, že samotný výsledek, byť správný, není v matematice tak důležitý, jako postup řešení. Proto se snažte způsob, jak jste k výsledku přišli, ve svém řešení co nejlépe popsat. Pokoušejte se hledat způsoby co nejjednodušší, neboť ty oceníme větším počtem bodů.

Připomeňme si několik dalších zásad. Řešení každé úlohy pište na samostatný list papíru formátu A4. Je-li jedna úloha na více listech, sepněte je. Nezapomeňte se na každý papír podepsat a řešení posílejte včas.

Současně s tímto letákem dostáváte lísteček se svými osobními údaji, které prosím zkontrolujte, případné chyby opravte a lísteček nám odešlete zpět s řešením druhé série.

Budete-li mít na nás nějaké dotazy nebo připomínky, můžete je poslat e-mailem na adresu `pikomat@mff.cuni.cz`. Řešení však bohužel elektronicky posílat nemůžete, neboť není v našich silách všechna je tisknout. Zadání a další informace najdete na naší internetové stránce `http://pikomat.mff.cuni.cz/`.

Přejeme vám hodně štěstí při řešení dalších úloh Pikomatu MFF UK a těšíme se na vaše dopisy.

Zadání úloh 2. série 19. ročníku

Termín odeslání: 15. prosince 2003

Adresa: Pikomat, KPMS MFF UK, Sokolovská 83, 186 75 Praha 8

Na náměstí přistáli mimozemšťané. Oni ani tak nepřistáli, jako spíš dopadli. Stalo se to takhle: přilétlo něco žlutého, obrovského. Na spodku se tomu otevřela díra a z ní vypadla spousta zeleného, slizkého, hýbajícího se rosolu. Po chvíli hemžení se rosol rozdělil do mnoha desítek zelených slizkých potvor – vypadaly zrovna jako ta potvora, co ožužlávala trolej Barnabášovy tramvaje: spousta ocasů, hlav plných světel, slizovitých hulákajících tlam, slechů a chápavého nosanu, který hlasitě nasával vzduch. Z lodi kdosi vyhnal koštětem poslední sliz a zvolal: „Tožtotož se proběhněte, numera!“ Pak se díra ve žlutém zavřela a žluté, obrovské odletělo. Od této památné chvíle každý věděl, že numera jsou zelená a slizká.

Úloha č. 1: Ona díra ve žlutém, obrovském měla tvar lichoběžníku (označme ho $ABCD$) se základnami AB a CD délek 5 a 3 metry a výškou 4 metry. Úhlopříčky AC a BD se protínají v bodě S. Mají trojúhelníky ADS a BCS stejný obsah? Měly by jej, i kdyby délky základen a výšky byly jiné? Odpověď dobře odůvodněte.

Než se Městčané vzpamatovali z první i druhé paniky, numera se začala rozlézat po městě. Ke všemu mizela ve vzduchu a objevovala se naprosto nečekaně na naprosto nečekaných místech. Bylo jich všude plno.

Úloha č. 2: Ale kolik jich vlastně bylo? Jejich počet je přibližně (ovšem v milionech) roven největšímu možnému počtu částí, na které může jedenáct přímek rozdělit rovinu. Kolik je to částí?

Numera postupně zaplavovala město. Obvykle se vyskytovala v hloučcích. Do Barnabášovy vozovny dorazila ve stejnou chvíli jako Barnabáš.

Úloha č. 3: Kolik měl hlouček dohromady chapadel a očí? Víme, že to bylo číslo, které mělo právě čtyři různé dělitele. Přitom dva dělitele byla dvojciferná čísla, která mají tu vlastnost, že jedno vznikne z druhého přehozením číslic. Rozdíl těchto dvojciferných dělitelů je dělitelný osmnácti. Přitom právě u dvou dělitelů je první cifra zleva stejná a není to 7.

Poznámka: Číslo má vždy jako jednoho svého dělitele jedničku a druhého sebe sama. Jde tedy o nalezení zbývajících dvou dělitelů a určení původního čísla.

Jakmile ten zelený chuchvalec Barnabáš uviděl, popadl nejbližší předmět (věšák), křikl na Ruprechta, kterému leknutím upadla do šálku čaje sušenka, a společně je vyhnali z vozovny. Jenže numera zamířila k blízkému činžovnímu domu. Za okamžik se ozvaly pohoršené výkřiky.

„Ty šelmo lotrovská!“

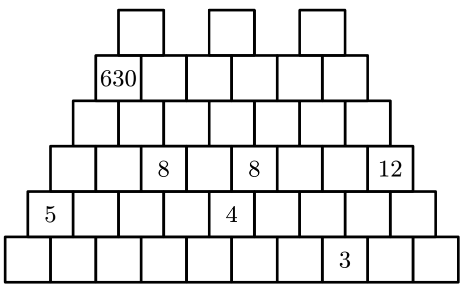
„Necháš ten špenát!“

„Necháš naši Kačenku!“

A podobně.

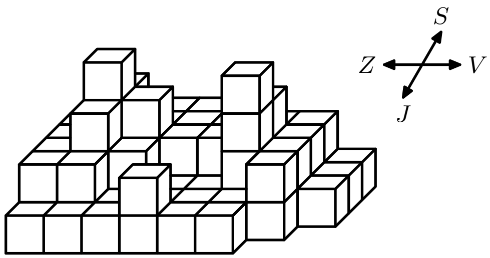
Úloha č. 4: Na obrázku je nakreslené schéma domu: každé okénko představuje jeden byt. Přitom se numera chovala podivně: například v přízemí ve třetím bytě zprava byla tři. V každém bytě v prvním, třetím a pátém patře jich bylo tolik, jako ve dvou bytech o patro níž přímo pod daným bytem. Ve druhém (čtvrtém) patře bylo v každém bytě tolik numer, kolik byl součin počtu numer ve dvou bytech v prvním (třetím) patře přímo pod daným bytem. Přitom některé počty numer v bytech jsou známé. Spočtěte, kolik jich bylo v každém bytě.

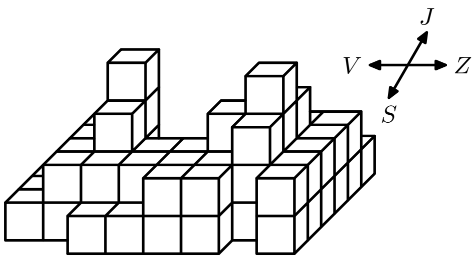
Poznámka: Nejnižší patro na obrázku je přízemí, to nad ním je první patro, nad ním druhé atd.



Za chvíli z budovy začala numera prchat před deštníky, pohrabáči, holemi, mopy, vařečkami od špenátu a hravýma dětskýma ručkama. Prchala dveřmi, okny, komíny, od Jablůňků (zbraně: pohrabáč, velká vařečka a tříletá Anežka) ve třetím patře i přes balkón po okapu. Numera byla evidentně rozverná stvoření. Všechno ožužlávala, zkoumala, převracela a měnila. Tak třeba ve starém skladu pana Tébiška.

Úloha č. 5: Pan Tébišek měl ve skladu hromadu krabic, které měly tvar krychle o hraně 1 metr; hromada vypadala zrovna jako ta na obrázku – vidíte ji ze dvou pohledů. Než se pan Tébišek nadál, vtrhla mu na jeho výsostné území numera, vzala Tébiškovu kočku a strčila ji do nějaké krabice a zase odběhla nebo zmizela. Pan Tébišek byl nešťastný – nemohl kočku najít. Nemňoukala, neštrachala. Asi usnula. Ke všemu byla těžký klaustrofob, takže musela být v bedně, nad kterou žádná jiná bedna nebyla. Zato uvnitř nějaké bedny, která nebyla v nejspodnější vrstvě, byla myš (ona by se totiž jinak podhrabala). Panu Tébiškovi bylo jasné, že kočka od myši musí být vzdálená alespoň 3 metry, jinak by kočka myš ucítila a už by nebyla vůbec zticha. K bočním stěnám krabice, ve které je myš, musí přiléhat alespoň tři krychle – jinak by myš pištěla strachy a kočka by pištění učinila rychlý konec. Ví se jen, že odebráním libovolné prázdné (tj. o které bychom nějak věděli, že je prázdná) krabice se klid neporuší. Jenže pan Tébišek si s tím nevěděl rady. Když ale dovnitř vběhl Barnabáš, hned věděl kolik krabic je určitě prázdných. Víte to také?





Zatím numera řádila dál. Vběhla, doplazila se nebo jinak dopravila do železářství, co stojí hned vedle pomníku zakladatele města, ctihodného Bukanýra. Asistent Vokounek byl zrovna v obchodě sám, poněvadž pan mistr odběhl vyzvednout své děti ze školy. Z krámu se ozývaly děsivé zvuky, řinčení a pád regálů. Teprve když se usadil prach, odvážili se lidé nakouknout dovnitř. Po numerech nikde ani stopa. Všude se válelo zboží, jen uprostřed místnosti seděl na netknutém regálu s hřebíky (padesátky a větší) a drobnými šroubečky a relátky asistent Vokounek, křečovitě svírající atrapu meče, který visel nad pultem spolu s nápisem „Kvalitní zboží jedině u nás“. Vokounek byl notně otřesen, a tak mu paní Jedličková uvařila silný čaj. Vokounek o této události nepromluvil do konce života. Numerům se při drancování podařilo rozpálit část železného rámu postele, hromádku chromových těžítek a pyramidu ze zlatých cihel (nikdo netušil, kde je sebraly, ani jak se jim to povedlo rozpálit).

Úloha č. 6: Každá zlatá cihla v pyramidě měla tvar kvádru o rozměrech $5\,\mathrm{cm} \times 10\,\mathrm{cm} \times 20\,\mathrm{cm}$. Cihly byly poskládány tak, že každá ležela na jedné ze svých dvou největších stěn. Pyramidu tvořilo několik vrstev cihliček. V nejnižší vrstvě byly uspořádány do čtverce $3\,\mathrm{m} \times 3\,\mathrm{m}$, tvořilo ji tedy $15 \times 30 = 450$ cihliček položených těsně vedle sebe (stěny, kterými se dotýkaly, byly vždy shodné). V druhé vrstvě ležely cihličky zase těsně vedle sebe tak, že střed (těžiště) každé z nich ležel právě nad místem, kde se v první vrstvě dotýkaly čtyři cihly. Podobně cihličky ve třetí vrstvě ležely na cihlách druhé vrstvy tak, že střed každé byl nad místem dotyku čtyř cihel vrstvy druhé atd. V nejvyšší vrstvě byla jedna řada zlatých cihel.

Kolik bylo v pyramidě vrstev? Kolik bylo cihel v nejvyšší vrstvě? Kolik cihel bylo v pyramidě celkem?

Poznámka: Zkuste úlohu vyřešit co nejchytřeji a co nejméně pracně.

Přestože Barnabáš honil celé odpoledne zelené stvůry, musel nastoupit na noční linku. Dělaly se mu z toho běhání rudé kružnice před očima. Proto si ještě zdříml v kabině.

Úloha č. 7: Kružnice o poloměru 2 cm, 4 cm a 6 cm se vně dotýkají. Tečny každé z dvojic kružnic, které se jich dotýkají právě v bodě dotyku těchto kružnic, se protínají v jednom bodě. Narýsujte tuto úlohu. Dokážete něco říci o průsečíku tečen? Dokážete zdůvodnit, proč se tečny protínají v jednom bodě?

Barnabáš se probudil se svěděním za uchem. To vždycky znamenalo potíže. Tentokrát ho svědilo za pravým. To znamenalo velké potíže. Že by zase něco plánovali Šnytlík s Hrcem? To snad ne, pomyslel si. Ztěžka dosedl do kabiny za řízení a vyjel do ztemnělých ulic.

Zadání úloh 3. série 19. ročníku

Termín odeslání: 26. ledna 2003

Adresa: Pikomat, KPMS MFF UK, Sokolovská 83, 186 75 Praha 8

Barnabáš vyjel do ztemnělých ulic. Byly opravdu ztemnělé, poněvadž v nich bylo temno. Jak se mohl později každý, koho temno zajímalo, dozvědět, onen nedostatek světla zapříčinilo jedno numero, které vyšplhalo na sloup vysokého napětí vedle elektrárny – naštěstí duchapřítomný technik vypojil proud, takže se nezdárnému tvoru nic nestalo. Vzápětí se mu povedlo vedení oslintat a pokrýt slizem tak důkladně, že pokud by se elektřina zapnula, hrozilo poškození elektrické sítě. Naštěstí tramvaje byly napájeny ze zvláštní elektrárny na pobřeží.

Úloha č. 1: Jaké bylo číslo sloupu, na které vylezlo numero? Ví se pouze to, že je to největší pětimístné přirozené číslo, které je násobkem jedenácti a jehož ciferný součin je 16. Najděte jej.

Poznámka: Podobně, jako je ciferný součet nějakého čísla roven součtu všech číslic tohoto čísla, ciferný součin čísla je roven součinu všech jeho číslic.

Barnabáš přijel k první zastávce. Ten den bylo úterý, takže se v jeho tramvaji konala neformální schůzka Pletacího spolku. Pletací spolek sdružoval lidi, kteří rádi pletli, háčkovali, paličkovali nebo používali jinou techniku k výrobě látek. Dokonce v něm byli necelými dvaceti procenty zastoupeni muži. Ten den nastoupila do vozu paní Kožíšková, slečna Kankrlíková a pan Sobíšek. A hned vyndali z tašek pletací jehlice, pohodlně se usadili do sedadel blízko řidičské kabiny a začali drb… tedy uvádět rozličné informace z ještě rozličnějších zdrojů a (to hlavně) svůj názor na ně.

„Panu Šimáčkovi v galanterii došla ta pěkná vlna," posteskla si hned na začátek paní Kožíšková, „jak já jenom švagrové dopletu ten svetr?"

„Tak dokupte trochu jiné vlny, tmavší červenou. Nebo bílou. S bílou se dá kombinovat prakticky všechno," snažil se pomoci pan Sobíšek.

Obě ženy na něj vrhly pohled, který mísil údiv i rozpaky nad existencí tvora, který je schopen kombinovat tmavší červenou s jakoukoliv barvou. Vypadalo to, že přemýšlejí, zda takového jedince nemají začít veřejně litovat. Nejrychleji se vzpamatovala slečna Kankrlíková: „Tak si představte, sousedka se zbláznila! A kdyby jen sousedka…"

„Cože to?"

„Sousedka a další tři ženské začaly kupovat žehličky ve velkém!"

„Jakže? A proč?"

„Tak si to poslechněte:

Úloha č. 2:

Čtyři dámy, ctnostné paní
našly svoje zalíbení
v kupování žehliček.

První vzala po neděli
dvě pětiny těch, co měli
zrovna ten den na skladě.

Druhá, bledá milostslečna,
za třetinu zbytku byla vděčna
a ještě jednu koupila.

Třetí, štíhlá baronesa,
dvě žehličky domů nesla,
k tomu třetinu, co zbylo.

Čtvrtá, tetka ze sousedství,
polovinu zbylých vrství
v komoře. Pak tři ještě koupila.

Večer v krámě spočítali
zbylé zboží na skladě:
Žehličky jim zbyly dvě.

Kolik že jich měli ráno?
Bude někým posčítáno
tohle dámské zalíbení?"

„No, hlavně že to nikomu neškodí. Já říkám: Tolerovat se může všechno, dokud to neodnese něčí zdraví," uzavřela debatu paní Kožíšková.

Pan Sobíšek přitakal.

Zatím si slečna Kankrlíková namotala vlnu z klubíčka, které měla schované v krabičce tvaru kvádru.

Úloha č. 3: Do kvádru o rozměrech 7, 8 a 9 centimetrů umístíme kouli o poloměru 3 centimetry tak, že se dotýká právě tří stěn kvádru. Kvádr rozdělíme na krychličky s hranami délky 1 cm, rovnoběžnými s hranami kvádru. Do kolika takových krychliček bude koule zasahovat?

V tu chvíli se z rádia, co používal Jeremiáš Pantofel, ředitel společnosti *Trolej & Výhybka*, k úředním hlášením pro řidiče, ozvala dramatická zpráva: „Městec žádá o pomoc všechny své obyvatele! Byli jsme zaplaveni neznámými bytostmi pochybného původu! Jsou označovány jako numera. Kdo najde způsob, jak tyto tvory eliminovat nebo alespoň odradit od nekalých skutků, bude odměněn! Toto prohlášení vydává starosta a celá starostenská rada, včetně podvýborů pro pejskaře a kopiníky.“ Rádio zmlklo.

„No to zase budou orgie!“ ozval se s odplivnutím v zadní části hluboký hlas. Byl to well-bloud. Zrovna se odtrhl od zajímavého problému:

Úloha č. 4: Jsou dány soustředné kružnice $k_1(S, 10\,\mathrm{cm})$ a $k_2(S, 6\,\mathrm{cm})$ a uvnitř mezikruží bod M. Sestrojte bod X na kružnici k_1 a Y na k_2 tak, aby bod M ležel na úsečce XY a délka této úsečky byla 8 cm.

„Co tady děláte?“ otázal se přísně Barnabáš a zastavil na další zastávce.

„Ále, jedu na návštěvu ke spolku *Přátelé komoňstva*. A zítra jsem pozván na seno a džber vody o páté ke starostovi.“

„Tak to jo. Stejně bude mít zítra starosta plnou hlavu těch numer. Doufám, že nezapomene na vaše seno.“

To well-blouda poněkud rozladilo: „Neví někdo, co by se s tím dalo dělat?“

„Já myslím,“ ozvala se paní Kožíšková, „že to neví nikdo.“

Barnabáš nejistě přejel rukou balíček Tr-karet.

Úloha č. 5: Tr-karty jsou speciální hrou městeckých řidičů tramvají. Používá se 105 karet a hraje sedm hráčů. Kolika způsoby lze rozdat všechny karty (každému hráči 15)? Způsoby rozdání přitom považujeme za různé, pokud vedou k jinému cílovému rozložení karet. Průběh rozdávání nás nezajímá.

„Hm!“ povzdechl si well-bloud. „Tak to budete muset použít žlutolístek.“

„Cože je to?“ zazněla do rozpačitého ticha otázka pana Sobíška.

„To je tahleta kytka,“ well-bloud odněkud vytáhl oschlou snítku připomínající pampelišku, „když ji někdo spolkne, tak z něj začne na chvilku mluvit Velká věštkyně. No, nejlepší bude, když ji sní tady pan Sobíšek. Má na to nejlepší postavu.“

Pan Sobíšek se ihned začal bránit: „Ale, ale to nejde! Jak by ze mě mohla mluvit Velká věštkyně, když jsem muž?“

„A proč ne? Vždyť platí rovnoprávnost!“ oponovala mu slečna Kankrlíková. Nato mu paní Kožíšková žlutolístek přidržela důrazně před obličejem.

Úloha č. 6: Vezměme čtvercové tabulky o čtyřech řádcích a čtyřech sloupcích a vepisujme do nich postupně přirozená čísla takto:

1	2	3	4		17	18	19	20	
5	6	7	8		21	22	23	24	...
9	10	11	12		25	26	27	28	
13	14	15	16		29	30	31	32	

Jak budou vypadat čísla v sedmnácté tabulce? Jak by vypadalo páté číslo zleva ve druhém řádku dvacáté třetí tabulky, pokud bychom použili tabulky o sedmi řádcích a sedmi sloupcích?

Po mnoha podivných zvucích a mírně urážlivých poznámkách spolkl pan Sobíšek žlutolístek. Po pěti vteřinách zamrkal a promluvil: „Tak honem, honem, co potřebujete? Jsem právě u kadeřnice a na dlouhé vybavování se nemám čas!“

„Dobrý den, Velká Věštkyně –“ začal Barnabáš, ale byl přerušen Velkou Věštkyní.

„S formalitami se nezdržujte, přejděte rovnou k věci! A mluvte víc nahlas, je tady nějaký hluk!“

„Potřebovali bychom vědět,“ začala znovu a nahlas paní Kožíšková, „co máme dělat, abychom se zbavili těch potvor, těch numer?“

„Na veršování ani na nějakou mystiku nemám čas, takže vám to dám rovnou syrové: musíte najít numero s modrou skvrnou na hlavě. To je všechno.“

„Ale. . . “

„Víc už vám nesmím říct,“ brebentila věštkyně a škodolibě si odfrkla, „brání mi v tom astrální síly. A navíc kadeřnice už čeká! Sbohem!“

Pan Sobíšek zamrkal. Věštění zjevně skončilo.

Nastalo ticho.

„No, tak doufám, že s těma numerama něco uděláte do zítřka do pěti hodin. Jinak budu na vás na všechny rozzlobenej,“ řekl well-bloud a než mohli ostatní protestovat, vystoupil z tramvaje.

Ke všemu ve voze zapomněl dárek pro paní starostovou: mísu.

Úloha č. 7: Mísa má dno kruhového tvaru o poloměru 5 cm, je vysoká 17 cm a horní kruhový okraj má poloměr 12 cm. Vnější plášť mísy má tvar kulového pásu. Jaký poloměr by měla koule z bukového dřeva, z níž by po vyřezání takové mísy zbyl nejmenší odpad?

Vzorová řešení a komentáře k 1. sérii

Úloha č. 1

Jestliže číslo Barnabášovy linky má číslice x a y, pak je rovno $10x + y$, kde x a y jsou čísla od 0 do 9, přičemž $x \neq 0$. Potom ze zadání plyne, že $10000 \cdot x + 1930 + y$ má po dělení sedmi zbytek dvě a číslo $10000 \cdot x + 3910 + y$ má po dělení šesti zbytek pět. To ovšem znamená, že číslo $10000 \cdot x + 1930 + y - 2$ je dělitelné sedmi a číslo $10000 \cdot x + 3910 + y - 5$ je dělitelné šesti.

Budeme dále zkoumat tyto podmínky, a to tak, že z nich oddělíme co největší násobek sedmi, v druhém případě největší násobek šesti. Dostaneme

$$10000x + 1930 + y - 2 = 7(1428x + 275) + 4x + y + 3,$$
$$10000x + 3910 + y - 5 = 6(1666x + 651) + 4x + y - 1$$

Odtud plyne, že $4x + y + 3$ je násobek sedmi a $4x + y - 1$ je násobek šesti, tedy hledáme násobek sedmičky, který je o 4 větší než nějaký násobek šestky, musí být ovšem menší než 48, protože $4x + y + 3 = 48$ pro $x = y = 9$. Tyto podmínky splňují pouze čísla 28 a 24, tedy $4x + y + 3 = 28$, této rovnici vyhovují řešení $x = 6$, $y = 1$; $x = 5$, $y = 5$ a $x = 4$, $y = 9$. Možná čísla Barnabášovy linky jsou 49, 55 a 61.

Komentář: Myslím si, že tento příklad patřil v této sérii k těm lehčím, ale to neznamená, že stačí prověřit všech devadesát možností, což by měl dnešní počítač během mžiku. Naopak se mi nelíbí, když někdo tráví své mládí tím, že propočítá všechny možnosti. Proto jsem se rozhodl být poměrně přísný a těm, kteří tak činili a nalezli správná řešení, udělím max. 3 body. Tím jsem zvýhodnil ty, kdo přišli s nějakou zajímavou myšlenko: plný počet bodů jsem udělil těm, kteří se ke správnému výsledku dostali nějakou lepší eliminací možností, tedy pomocí kritérií dělitelnosti šesti či sedmi, odkud je například ihned vidět, že y musí být liché atd.

Úloha č. 2

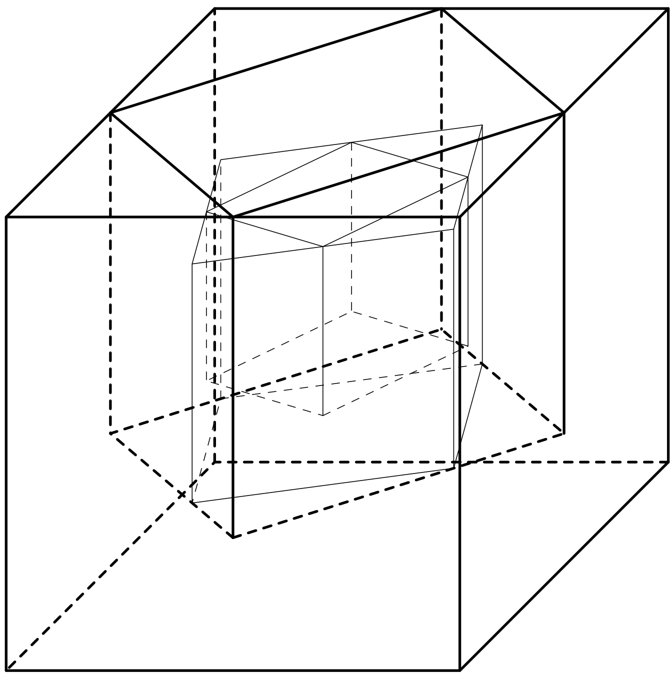
Míč se podle zadání posouvá o šest a Tonda o pět bílých polí při každém hodu míče. Na začátku hry Tonda zaostává za míčem o tři políčka a po každém hodu se náskok míče zvětší o jedno pole. Takže nakonec dohoní míč Tondu (a ne naopak).

Kdyby začínali ze stejné pozice, musel by míč projít 24 hodů (to je přesně počet krajních bílých dlaždic). Míč má však náskok 3 pole, takže mu na dohonění Tondy stačí 21 hodů.

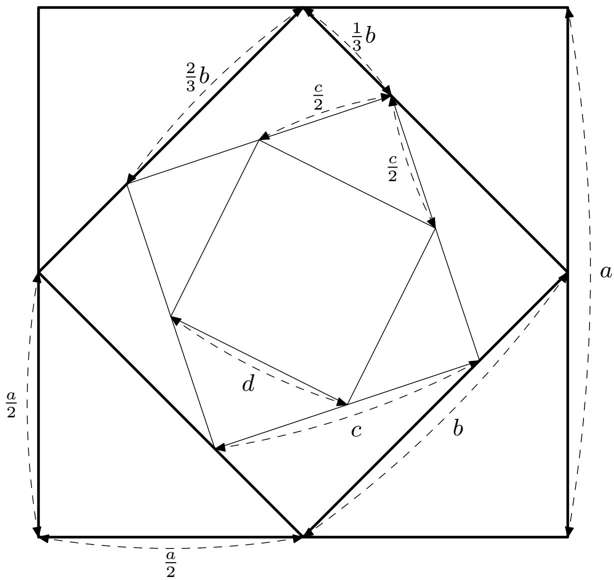
Komentář: Mnoho řešitelů si rozkreslilo (případně rozepsalo do tabulek) všechny situace po každém hodě. Kdyby měli takto řešit úlohu pro větší čtverec z dlaždic nebo jiné vstupní podmínky, tabulky a náčrty by dosahovaly obrovských rozměrů. Úkolem tak bylo přijít na logické řešení zadání. Proto řešitelé s tabulkovým nebo obrázkovým řešením dostali jen 1 bod.

Úloha č. 3

Podle zadání zbraň vypadá takto:



Při pohledu shora pak vidíme toto:



Známe délku hrany velké krychle $a = 10$ palců. S použitím Pythagorovy věty spočítáme délky hran b, c a d (délky v palcích):

$$
\begin{aligned}
b &= \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{a^2}{2}} = \sqrt{50} = 5 \cdot \sqrt{2},\\
c &= \sqrt{\left(\frac{b}{3}\right)^2 + \left(\frac{2b}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{b^2}{9} + \frac{4b^2}{9}} = \sqrt{\frac{5b^2}{9}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 50}{9}} = \frac{5 \cdot \sqrt{10}}{3},\\
d &= \sqrt{\left(\frac{c}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{c^2}{4} + \frac{c^2}{4}} = \sqrt{\frac{c^2}{2}} = \sqrt{\frac{250}{18}} = \frac{5 \cdot \sqrt{5}}{3}.
\end{aligned}
$$

Při výpočtu povrchu musíme dát dobrý pozor a správně přičítat a odečítat obsahy jednotlivých stěn (zde jsou seřazeny v závorkách povrchy jednotlivých krychlí nebo děr):

$$
\begin{aligned}
S &= (6a^2 - b^2) + (5b^2 - c^2) + (5c^2 - d^2) + 5d^2 =\\
&= 6a^2 + 4b^2 + 4c^2 + 4d^2 =\\
&= 600 + 4 \cdot 25 \cdot 2 + 4 \cdot \frac{25}{9} \cdot 10 + 4 \cdot \frac{25}{9} \cdot 5 =\\
&= 966\frac{2}{3}.
\end{aligned}
$$

Povrch tělesa je $966\frac{2}{3}$ čtverečních palců.

Spočítat objem je ještě snazší. Stačí správně přičítat a odčítat objemy jednotlivých krychlí:

$$\begin{aligned} V &= a^3 - b^3 + c^3 - d^3 = \\ &= 1000 - (5 \cdot \sqrt{2})^3 + \left(\frac{5}{3} \cdot \sqrt{10}\right)^3 - \left(\frac{5}{3}\right)^3 = \\ &\doteq 741{,}09. \end{aligned}$$

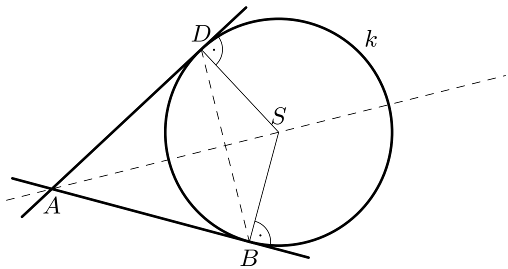
Objem tělesa je přibližně 741,09 krychlových palců.

Komentář: Mnoho z vás si nejprve převedlo hranu krychle z palců na centimetry. To je naprosto zbytečné, zvlášť když původní hrana měří 10 palců. Další docela častá chyba se objevovala v Pythagorově větě a dosazování do ní. Například: jestliže $c^2 = a^2 + b^2$, tedy $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ a $a = \frac{5x}{8}$ a $b = \frac{7y}{9}$, pak

$$c = \sqrt{\left(\frac{5x}{8}\right)^2 + \left(\frac{7y}{9}\right)^2} = \sqrt{\frac{5^2}{8^2} \cdot x^2 + \frac{7^2}{9^2} \cdot y^2}.$$

Úloha č. 4

Body B, C a D leží na nějaké kružnici, říkejme jí k. Její střed si pojmenujme S. To, že přímky AB a AD mají s kružnicí k každá jen jeden společný bod, znamená, že jsou to její tečny, které se jí navíc dotýkají právě v bodech B a D. Situace tak vypadá jako na následujícím obrázku.



Pro tečny vždy platí, že jsou kolmé na poloměr, tj. u nás

$$|\sphericalangle ABS| = |\sphericalangle ADS| = 90^\circ.$$

Jelikož $|BS| = |DS|$, jsou trojúhelníky ABS a ADS shodné podle věty *Ssu*. To mimo jiné znamená, že $|AB| = |AD|$. Trojúhelník ABD je rovnoramenný, což znamená, že jedna jeho výška leží na přímce AS, která je navíc osou úhlu BAD a také osou strany BD.

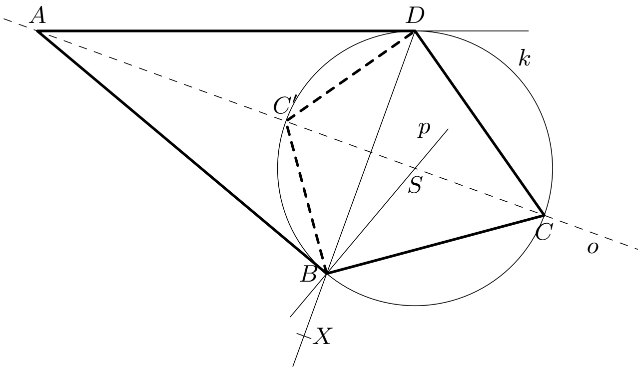
Protože hledaný čtyřúhelník je deltoid a $|AB| = |AD|$, musí být také $|CB| = |CD|$. Tím pádem vrchol C leží na ose* úsečky BD, což je přímka AS.

---

* Osu úsečky tvoří právě všechny body v rovině, které mají stejnou vzdálenost od obou krajních bodů této úsečky.

Postup konstrukce je pak už poměrně zřejmý (délka strany AD bude $500\,\mathrm{m} : 10000 = 0{,}05\,\mathrm{m} = 5\,\mathrm{cm}$):

1. AD; $|AD| = 5\,\mathrm{cm}$
2. $\mapsto DX$; $|\sphericalangle ADX| = 70^\circ$
3. B; $B \in \mapsto DX$, $|AB| = |AD| = 5\,\mathrm{cm}$
4. o; o je osa úhlu BAD
5. p; $B \in p$, $p \perp AB$
6. S; $S \in p \cap o$
7. k; $k(S, |SD|)$
8. C; $C \in o \cap k$



Úloha má (v jedné polorovině) dvě řešení; jedno konvexní a druhé nekonvexní.

Komentář: Za každé správně narýsované řešení jsem dávala jeden bod, za postup a zbylé vysvětlení tři. Jinak hodně řešitelů se mylně domnívalo, že střed kružnice, na které budou ležet body B, C a D, bude na úhlopříčce BD, což je špatně, protože AB a AD by nebyly tečny, protože by nebyly kolmé na poloměr.

Úloha č. 5

Hodiny byly seřízeny v 0.00 dnes o půlnoci. Do zítřejších 14.28 uběhne 38 hodin a 28 minut, tj. $38 \cdot 60 + 28 = 2308$ minut. Zpoždění lze vyjádřit jako

$$\frac{4\,\text{hrce}}{6\,\text{šnytlíků}} = \frac{4\,\text{hrce}}{300\,\text{hrců}} = \frac{1}{75}.$$

Zpoždění tedy tvoří $\frac{1}{75}$ času bez zpoždění.

Protože jeden šnytlík je 150 minut a zároveň 50 hrců, jsou 3 minuty jeden hrc. Hodiny se zpozdí o $\frac{2308}{75}$ minut. Výsledný čas bude $2308 - \frac{2308}{75} = \frac{74 \cdot 2308}{75}$ minut, což je $\frac{74 \cdot 2308}{225} = 759\frac{17}{225}$ hrců. Po převedení dostaneme 15 šnytlíků a přibližně 9 hrců. Ručičky obejdou ciferník jednou a kousek, tedy výsledný čas, který hodiny ukáží, je 6 šnytlíků a 9 hrců.

Komentář: Mnoho řešitelů zapomínalo, že ciferník má jen devět čísel. Jiní pro změnu nevěděli, že zpoždění znamená, že hodiny ukazují méně, ne více. Pět bodů bylo za kompletní řešení s co nejmenší zaokrouhlovací chybou. Čtyři body jsem dával těm, co nevěděli, že se má zpoždění odečíst, nebo zapomněli, že ciferník je pouze do devíti šnytlíků. Tři a méně bodů bylo za další případné chyby.

Úloha č. 6

Zadání se dalo pochopit dvěma způsoby. Buď to, že Janina tramvaj stojí mezi tramvajemi linek 8 a 37, znamená, že tramvaje linek 8 a 37 stojí každá z jedné strany hned vedle Janiny tramvaje, anebo mezi linkami 37 a 8 kromě Janiny tramvaje může být i nějaká další tramvaj.

Předpokládejme nyní, že Jarka řídí tramvaj linky 42. Co to znamená? Především to, že Jasoň řídí také tramvaj linky 42. Dále víme, že Janina tramvaj nemůže stát na okraji, protože má být mezi tramvajemi linek 8 a 37. Rozeberme tedy nyní oba možné výklady zadání.

V prvním případě to, že Janina tramvaj stojí mezi tramvajemi linek 37 a 8, znamená, že stojí mezi Jáchymovou a Jakubovou tramvají (Jasoň ani Jarka své tramvaje vedle Janiny mít nemůžou, neboť oba řídí tramvaje linky 42). Protože Jáchymova a Jakubova tramvaj nestojí vedle sebe, nesmí vedle sebe stát ani tramvaje Jarky a Jasoně (obě tramvaje linky 42). Jediná možnost, jak splnit tuto podmínku, je aby tramvaje Jarky a Jasoně stály na okrajích. To je ovšem ve sporu s tvrzením, že pokud je na okraji tramvaj Jarky, je na okraji i Jakubova tramvaj. Závěr tedy zní, že Jarka nemůže řídit tramvaj linky 42.

V druhém případě je snadné najít postavení tramvají, které zadaným podmínkám vyhovuje, uveďme například: Jarka (42), Jáchym (8), Jana, Jasoň (42), Jakub (37). Protože jsme našli jedno možné rozestavení, závěr v tomto případě zní, že Jarka může řídit tramvaj 42.

Komentář: Oba dva možné způsoby výkladu zadání, pod podmínkou, že byly vyřešeny správně, jsem hodnotila 5 body. Někteří z vás odevzdali jen list papíru s nápisem „ANO“. Pokud svoje tvrzení nijak nezdůvodníte, nemůžete v žádném případě dostat plný počet bodů. Navíc šance na správnou odpověď je i bez řešení úlohy v tomto případě 50 %. Když napíšete, že „jste to prostě zkoušeli“, není to o mnoho lepší. I v takovém zkoušení je potřeba mít nějaký systém, abyste nezkoumali již vyřešený případ dvakrát, hodnotí se každý dobrý nápad a když ho nenapíšete, jako byste ho neměli. A ještě jedna dobrá rada: Napsané řešení si po sobě alespoň jednou přečtěte, ať odešlete to, co opravdu chcete odeslat.

Pokud jste si zadání vyložili druhým výše zmíněným způsobem, stačilo najít jedno možné rozestavení, nemuseli jste vůbec zkoumat všechny možnosti…

Také chci upozornit na to, že když tramvaje Jakuba a Jáchyma jsou vedle sebe právě tehdy, když jsou vedle sebe rovněž obě tramvaje linky 42, neznamená to ani v nejmenším, že Jakub a Jáchym řídí tramvaje linky 42. Někdy je lepší zadání číst několikrát.

Úloha č. 7

Ze zadání plyne, že štípač Micre označí za hodinu 90 jízdenek jak pro dospělé, tak zlevněných. Naproti tomu štípač typu Yngra označí za hodinu 40 jízdenek zlevněných a 60 jízdenek pro dospělé. Označme počet zlevněných jízdenek, které za hodinu zvládne označit typ Micre, jako m_z. Jízdenek pro dospělé bude pak $m_d = 90 - m_z$.

Označme dobu Barnabášovy směny jako t. Podle zadání štípač Yngra pracoval t hodin, zatímco typ Micre pracoval $(t-4)$ hodin. Ze zadání dále víme, že za směnu bylo naštípáno 760 zlevněných jízdenek a 780 jízdenek pro dospělé. Nyní můžeme sestavit dvě rovnice. První pro zlevněné a druhou pro jízdenky pro dospělé:

$$\begin{aligned} m_z \cdot (t-4) + 40t &= 760, \\ m_d \cdot (t-4) + 60t &= 780. \end{aligned}$$

Po dosazení za m_d a úpravě druhé rovnice:

$$\begin{aligned} m_z \cdot (t-4) + 40t &= 760, \\ -m_z \cdot (t-4) + 150t &= 1140. \end{aligned}$$

Sečtením obou rovnic dostaneme rovnici pro t:

$$\begin{aligned} 190t &= 1900, \\ t &= 10. \end{aligned}$$

Nyní dosazením do první rovnice vypočítáme neznámou m_z:

$$\begin{aligned} m_z \cdot (10-4) + 40 \cdot 10 &= 760, \\ 6m_z &= 360, \\ m_z &= 60. \end{aligned}$$

Štípač Micre tedy za hodinu označí 60 zlevněných jízdenek.

Úloha se samozřejmě dala řešit i jiným způsobem než pomocí soustavy rovnic. Za 4 hodiny, kdy štípač Yngra pracoval sám, označil $4 \cdot (40 + 60) = 400$ jízdenek. Celkem bylo označeno $760 + 780 = 1540$ jízdenek, tedy za zbytek směny mělo být označeno $1540 - 400 = 1140$ jízdenek. Oba stroje zvládnou dohromady za hodinu označit $90 + 40 + 60 = 190$ jízdenek, zbytek směny proto trval $\frac{1140}{190} = 6$ hodin. Směna trvala 10 hodin a štípač Yngra zvládl naštípat 400 zlevněných a 600 jízdenek pro dospělé. Štípač Micre musel naštípat během šesti hodin $760 - 400 = 360$ zlevněných jízdenek, což je 60 jízdenek za hodinu.

Komentář: Těm, kteří se dostali ke správnému výsledku (nebo s drobnými chybami) výše popsanými způsoby, jsem dávala tři až pět bodů. Někteří z vás předpokládali, že délka směny nebo počet naštípaných jízdenek za hodinu musí být celé číslo. To samozřejmě platit nemusí a pak by nebylo tak jednoduché přijít na správný výsledek. Za takový postup jsem dávala jeden nebo dva body.

Úlohy první série opravovali a komentáře sepsali: 1. Ondřej Honzl, 2. Martina Chabadová, 3. Kateřina Dobiášová, 4. Eva Černohorská, 5. Jan Blažek, 6. Lenka Blažková, 7. Lenka Burešová.

Výsledková listina 19. roč. Pikomatu MFF UK po 1. sérii

Celkově	*V roč.*	*Jméno a příjmení*	*Roč. a škola*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*Σ*	*Σ*
1.–4.	1.	Hana Bílková	8. GFPR	5	5	5	4	5	5	5	*30*	**30**
	1.–3.	Lukáš Drápal	9. GCDP	5	5	5	5	5	5	5	*30*	**30**
		Jan Musílek	9. GNOB	5	5	5	4	5	5	5	*30*	**30**
		Jan Valášek	9. GCDP	5	5	5	-	5	5	5	*30*	**30**
5.–7.	2.–3.	Petr Motloch	8. GPBM	5	5	5	4	5	5	-	*29*	**29**
		Hana Šormová	8. GKJB	5	5	3	4	5	5	5	*29*	**29**
	4.	Josef Müller	9. GPMB	5	5	3	4	5	5	5	*29*	**29**
8.–11.	4.–7.	Vojtěch Kaluža	8. GPBM	5	5	3	4	5	4	5	*28*	**28**
		Blanka Némethová	8. GMKR	4	5	5	4	1	5	5	*28*	**28**
		Josef Tkadlec	8. GJKP	5	5	3	4	5	5	4	*28*	**28**
		Jakub Töpfer	8. GJKP	4	4	5	3	5	5	5	*28*	**28**
12.–18.	1.–2.	Jan Bílek	7. ZDOB	3	5	5	-	5	5	4	*27*	**27**
		Jan Laksar	7. ZHOL	5	5	1	5	4	5	3	*27*	**27**
	8.–9.	Susan Müllerová	8. GVOZ	5	5	2	3	5	4	5	*27*	**27**
		Karolína Rezková	8. GVOP	5	1	5	2	5	5	5	*27*	**27**
	5.–7.	Matyáš Kopp	9. ZJJH	5	0	5	2	5	5	5	*27*	**27**
		Dagmar Ličková	9. ZBUO	4	5	-	4	5	5	4	*27*	**27**
		Miroslav Mráz	9. GBRE	4	5	2	4	5	5	4	*27*	**27**
19.–22.	10.–11.	Eva Dunglová	8. GKRO	5	5	3	0	5	4	4	*26*	**26**
		Petr Hons	8. GVOZ	5	1	4	3	5	5	4	*26*	**26**
	8.–9.	Matěj Pacovský	9. GPCT	5	5	2	3	4	5	4	*26*	**26**
		Jan Urbánek	9. ZCVP	5	5	3	3	3	5	5	*26*	**26**
23.	12.	Miroslav Klimoš	8. GLAN	1	5	4	5	0	5	5	*25*	**25**
24.–28.	3.	Kristina Chrastilová	7. CGKV	5	5	1	4	4	5	1	*24*	**24**
	13.	Helena Pučelíková	8. GMIL	5	5	3	0	1	5	5	*24*	**24**
	10.–12.	Erik Derner	9. GNKP	5	0	3	4	5	5	2	*24*	**24**
		Petr Polák	9. JGNA	3	1	5	5	5	-	5	*24*	**24**
		Aleš Růžička	9. GPCT	5	4	1	3	2	5	5	*24*	**24**
29.–32.	14.	Lukáš Cimpl	8. GFPR	4	4	3	0	4	5	3	*23*	**23**
	13.–15.	Tomáš Pajma	9. GMOS	5	5	1	4	-	3	5	*23*	**23**
		Lenka Petrů	9. GBRE	5	2	5	3	1	3	5	*23*	**23**
		Jaroslav Žák	9. CGKV	3	5	2	3	5	5	1	*23*	**23**
33.–36.	4.	Lada Peksová	7. GCDP	3	1	5	5	5	-	3	*22*	**22**
	15.–16.	Lucie Mohelníková	8. GEOP	5	1	2	4	4	5	2	*22*	**22**
		Lenka Švidrnochová	8. GEOP	5	1	2	2	3	5	5	*22*	**22**
	16.	Zuzana Matějů	9. GPEL	5	1	3	2	4	4	4	*22*	**22**
37.–40.	5.	Lukáš Tomaszek	7. ZPMH	4	5	1	0	4	5	2	*21*	**21**
	17.	Michaela Šebetovská	8. GFPR	-	3	3	1	4	5	5	*21*	**21**
	17.–18.	Martin Beneš	9. ZJMM	1	5	1	0	5	5	4	*21*	**21**
		Eliška Holzerová	9. MGVS	4	1	2	0	5	5	4	*21*	**21**
41.	19.	Kryštof Měkuta	9. ZJJH	5	-	5	1	5	4	-	*20*	**20**
42.–45.	6.–8.	Eva Smejkalová	7. ZCVP	4	5	1	0	5	2	2	*19*	**19**
		Jáchym Toušek	7. ZMIP	4	1	1	1	4	5	4	*19*	**19**
		Tomáš Vítek	7. ZCVP	4	5	-	0	0	5	5	*19*	**19**
	20.	Markéta Jůzová	9. ZTBP	5	1	3	3	4	3	0	*19*	**19**
46.–48.	18.	Jan Vaňhara	8. GLJH	5	-	1	3	2	5	2	*18*	**18**
	21.–22.	Klára Krejčíčková	9. MGMO	5	0	3	0	4	1	5	*18*	**18**

Celkově	*V roč.*	*Jméno a příjmení*	*Roč. a škola*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*Σ*	*Σ*
46.–48.	21.–22.	Ondřej Kurz	9. GVOP	5	1	-	2	5	5	-	*18*	**18**
49.–52.	9.–11.	Martin Kohel	7. ZDUS	4	5	-	3	-	-	5	*17*	**17**
		Barbora Svobodová	7. ZCVP	4	1	2	2	5	3	1	*17*	**17**
		Martina Vaváčková	7. GPCT	5	1	2	1	5	3	1	*17*	**17**
	19.	Pavla Zárubová	8. ZPMM	3	1	3	3	5	1	2	*17*	**17**
53.–55.	20.	Marie Koutná	8. GVOZ	0	5	-	2	4	0	5	*16*	**16**
	23.–24.	Kateřina Šticová	9. GPEL	5	1	-	1	4	5	-	*16*	**16**
		Martin Volejníček	9. MSKB	5	5	3	3	-	-	-	*16*	**16**
56.–57.	12.	Karolína Dlouhá	7. ZCVP	5	1	2	3	1	3	1	*15*	**15**
	21.	Petr Kaděra	8. GPBM	4	5	1	2	3	-	-	*15*	**15**
58.–61.	1.	František Růžička	6. GNJH	3	1	5	0	5	-	-	*14*	**14**
	22.	Jan David	8. GVOZ	-	1	2	3	5	-	3	*14*	**14**
	25.–26.	Jakub Gerlich	9. ZKOH	3	-	2	0	4	5	-	*14*	**14**
		Jana Honců	9. GMNH	3	0	2	0	4	5	0	*14*	**14**
62.–64.	2.	Jakub Prokop	6. GNSP	0	5	0	4	0	2	2	*13*	**13**
	23.–24.	Eva Bílková	8. CGKV	-	4	1	0	0	4	4	*13*	**13**
		Karolína Kripnerová	8. AGKP	-	5	3	0	0	5	-	*13*	**13**
65.–70.	1.	Rebecca Vernerová	5. LZOP	4	1	-	-	3	4	-	*12*	**12**
	3.	Jan Veselý	6. ZDUS	5	0	3	0	4	-	-	*12*	**12**
	25.–26.	Jana Schneiderová	8. GVOZ	5	0	1	3	3	0	0	*12*	**12**
		Karel Slapnička	8. ZKKR	2	5	-	-	5	-	-	*12*	**12**
	27.–28.	Pavla Hanzalová	9. GPRK	-	1	1	-	3	3	4	*12*	**12**
		Jan Koník	9. ZOTO	5	0	1	2	4	0	-	*12*	**12**
71.	13.	František Steinhauser	7. ZSTR	1	1	2	1	0	5	1	*11*	**11**
72.–73.	14.	Viktor Chlumský	7. ZCVP	4	0	5	0	0	0	1	*10*	**10**
	27.	Šárka Křížková	8. GBNH	-	-	-	-	5	5	-	*10*	**10**
74.–77.	15.–17.	Apolena Geršlová	7. GEKP	4	0	2	0	-	3	0	*9*	**9**
		Tereza Kosíková	7. ZCVP	3	1	0	0	0	5	0	*9*	**9**
		Jáchym Šenkeřík	7. ZCVP	3	0	-	-	1	5	-	*9*	**9**
	28.	Johana Eliášová	8. GFPR	-	5	-	-	4	-	-	*9*	**9**
78.–83.	18.	Otto Čada	7. ZDUS	4	1	-	-	2	1	-	*8*	**8**
	29.–31.	Ivana Kohoutová	8. GVOZ	4	0	4	-	-	-	-	*8*	**8**
		Žaneta Murasová	8. GFPR	4	2	1	1	0	-	-	*8*	**8**
		Zuzana Vlčková	8. GFPR	-	5	-	3	-	-	-	*8*	**8**
	29.–30.	Martin Caletka	9. ZOTO	5	-	-	3	-	-	-	*8*	**8**
		Zuzana Jungrová	9. ZTBP	-	1	2	0	3	2	0	*8*	**8**
84.–86.	32.–34.	Kateřina Brožáková	8. ZDST	3	2	0	0	1	1	0	*7*	**7**
		David Havelka	8. ZSHK	1	0	-	-	2	2	2	*7*	**7**
		Adéla Lávičková	8. ZDST	2	0	1	-	1	3	0	*7*	**7**
87.–88.	35.–36.	Jaroslava Salášková	8. GLPP	1	0	1	0	3	1	0	*6*	**6**
		Pavel Sovič	8. GLIP	3	0	-	0	-	2	1	*6*	**6**
89.–91.	19.	Martin Voltr	7. ZSHK	4	1	0	-	-	-	-	*5*	**5**
	37.	Marie Mejstříková	8. GSHP	5	0	0	0	-	-	-	*5*	**5**
	31.	Jana Kolářová	9. GKRN	3	1	-	0	-	1	0	*5*	**5**
92.–99.	4.–5.	Natálie Pecháčková	6. MGVS	2	0	0	0	0	2	0	*4*	**4**
		Martin Židek	6. ZOTO	3	-	1	-	-	-	-	*4*	**4**
	20.–24.	Kateřina Burešová	7. GHPP	3	1	-	-	-	-	-	*4*	**4**
		Štěpánka Burešová	7. GHPP	3	1	-	-	-	-	-	*4*	**4**

Celkově	*V roč.*	*Jméno a příjmení*	*Roč. a škola*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*Σ*	*Σ*
92.–99.	20.–24.	Martin Kalfař	7. ZJMM	-	0	-	-	3	0	1	*4*	**4**
		Monika Traubová	7. ZCVP	1	1	-	0	-	2	-	*4*	**4**
		Veronika Vránová	7. GHPP	4	0	-	-	-	-	-	*4*	**4**
	38.	Veronika Dostálová	8. GJWP	-	-	-	-	4	-	-	*4*	**4**
100.–104.	25.	Matyáš Poloch	7. GHPP	-	2	-	-	1	0	-	*3*	**3**
	39.–42.	Michaela Fišerová	8. ZDST	-	0	-	-	2	1	-	*3*	**3**
		Vojtěch Gráf	8. GFPR	-	-	2	1	-	-	-	*3*	**3**
		Petra Šeráková	8. ZDBR	3	-	-	-	-	-	-	*3*	**3**
		Michaela Urbanová	8. ZSHK	-	0	-	0	2	1	-	*3*	**3**
105.–109.	26.–28.	David Bažant	7. GHPP	1	1	-	0	0	0	-	*2*	**2**
		Matěj Kadeřábek	7. GHPP	1	1	-	0	0	0	-	*2*	**2**
		Marcela Ondryášová	7. ZCVP	2	0	-	-	-	-	-	*2*	**2**
	43.–44.	Radana Havrdová	8. ZDST	1	0	0	-	1	-	-	*2*	**2**
		Tereza Svobodová	8. GJVK	0	1	1	0	-	0	-	*2*	**2**
110.–120.	6.	Adam Laža	6. GJRC	1	0	-	-	-	-	-	*1*	**1**
	29.–31.	David Huspeka	7. GHPP	-	-	-	-	1	-	-	*1*	**1**
		Martin Novák	7. GHPP	-	-	-	-	1	-	-	*1*	**1**
		Petr Tvrz	7. ZORA	-	0	-	0	1	0	0	*1*	**1**
	45.–47.	Vladimír Klimeš	8. GVOD	-	-	-	-	0	-	1	*1*	**1**
		Tomáš Kotík	8. ZHRA	-	-	-	1	-	-	0	*1*	**1**
		Blanka Kůtová	8. ZDBR	1	0	-	-	-	0	-	*1*	**1**
	32.–33.	Karolína Šandová	9. JZPB	-	0	1	0	-	-	-	*1*	**1**
		Vlasta Štěpánová	9. GBLA	-	1	-	0	-	-	0	*1*	**1**
	1.–2.	Dana Sauerová	?. ?	1	-	-	-	0	-	0	*1*	**1**
		Lucie Kvěchová	?. ?	-	1	0	0	0	0	0	*1*	**1**
121.–126.	32.–34.	Martin Korf	7. ZORA	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**0**
		Jan Michal	7. GHPP	-	0	-	0	-	-	-	*0*	**0**
		Zdeněk Weis	7. ZORA	-	0	-	-	-	-	-	*0*	**0**
	48.–50.	Marie Jamburová	8. ZVNV	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**0**
		Karel Lockenbauer	8. ZHBJ	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**0**
		Jan Skotnica	8. GPBM	-	-	-	-	-	-	-	*0*	**0**

Vysvětlivky

První sloupec ve výsledkové listině udává celkové pořadí řešitele po první sérii, druhý sloupec pak pořadí redukované na řešitele v příslušném ročníku školní docházky (což umožňuje lépe porovnávat stejně staré řešitele mezi sebou).

Školy jsou uvedeny kódy. Seznam škol se nám do tohoto letáku nevešel, proto jej přineseme příště. Sloupce označené číslicemi 1 až 7 udávají počet bodů získaný za jednotlivé úlohy, ve sloupci označeném Σ je pak celkový počet bodů, které řešitel zatím získal.